注意事项:

1. 本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。

3. 回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

(1)已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$,集合 $A=\{1,3,4\}$,集合 $B=\{2,4\}$,则 $(\complement_U A)\cup B$ 为

(A) $\{2,4,5\}$　　(B) $\{1,3,4\}$

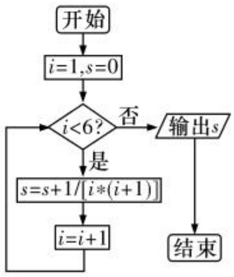
(C) $\{1,2,4\}$　　(D) $\{2,3,4,5\}$

(2)已知非空集合 M,P,则命题"$M\subseteq P$"是假命题的充要条件是

(A) $\forall x\in M,x\notin P$　　(B) $\forall x\in P,x\in M$

(C) $\exists x_1\in M,x_1\in P$ 且 $\exists x_2\in M,x_2\notin P$　　(D) $\exists x_0\in M,x_0\notin P$

(3)已知算法的程序框图如图所示,则输出的结果是



(A) $\frac{3}{4}$　　(B) $\frac{4}{5}$　　(C) $\frac{5}{6}$　　(D) $\frac{6}{7}$

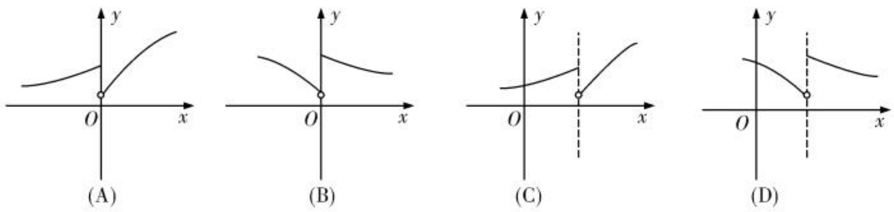
(4)已知实数 x,y 满足 $\begin{cases} x+2y\geqslant 0 \\ x-y\leqslant 0 \\ 0\leqslant y\leqslant 1 \end{cases}$，设 $z=x+y$，则 z 的最小值为

(A) -2　　(B) -1　　(C) 0　　(D) 2

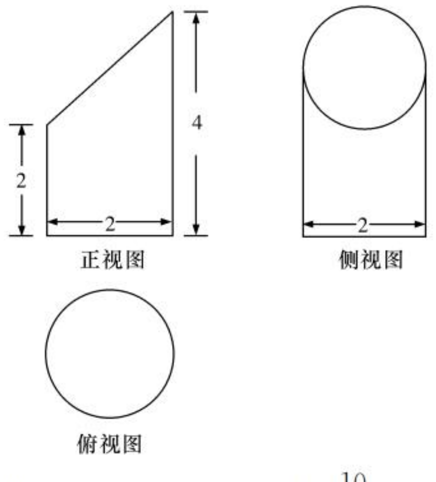
(5)传说战国时期，齐王与田忌各有上等，中等，下等三匹马，且同等级的马中，齐王的马比田忌的马强，但田忌的上、中等马分别比齐王的中、下等马强. 有一天，齐王要与田忌赛马，双方约定：比赛三局，每局各出一匹马，每匹马赛一次，赢得两局者为胜. 如果齐王将马按上，中，下等马的顺序出阵，而田忌的马随机出阵比赛，则田忌获胜的概率是

(A) $\frac{1}{2}$　　(B) $\frac{1}{3}$　　(C) $\frac{1}{6}$　　(D) $\frac{1}{36}$

(6)已知函数 $f(x)=\begin{cases} e^x, & x\leqslant e \\ \ln x, & x>e \end{cases}$，则函数 $y=f(e-x)$ 的大致图象是



(7)已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为



(A) $\frac{8}{3}\pi$　　(B) 3π　　(C) $\frac{10}{3}\pi$　　(D) 6π

(8)已知抛物线 $C: y^2=8x$ 的焦点为 F，准线与 x 轴的交点为 K，点 A 在抛物线 C 上，且 $|AK|=\sqrt{2}|AF|$，则 $\triangle AFK$ 的面积为

(A) 4　　(B) 6　　(C) 8　　(D) 12

(9)已知在$\triangle ABC$中,D是AC边上的点,且$AB=AD$,$BD=\frac{\sqrt{6}}{2}AD$,$BC=2AD$,则$\sin C$的值为

(A)$\frac{\sqrt{15}}{8}$　　(B)$\frac{\sqrt{15}}{4}$　　(C)$\frac{1}{8}$　　(D)$\frac{1}{4}$

(10)设θ为两个非零向量$\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$的夹角,若对任意实数λ,$|\boldsymbol{e}_1+\lambda\boldsymbol{e}_2|_{\min}=1$,则下列说法正确的是

(A)若θ确定,则$|\boldsymbol{e}_1|$唯一确定

(B)若θ确定,则$|\boldsymbol{e}_2|$唯一确定

(C)若$|\boldsymbol{e}_1|$确定,则θ唯一确定

(D)若$|\boldsymbol{e}_2|$确定,则θ唯一确定

(11)已知球O与棱长为4的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的所有棱都相切,点M是球O上一点.点N是$\triangle ACB_1$的外接圆上的一点,则线段MN的取值范围是

(A)$[\sqrt{6}-\sqrt{2},\sqrt{6}+\sqrt{2}]$　　(B)$[\sqrt{6}-2,\sqrt{6}+2]$

(C)$[2\sqrt{3}-2\sqrt{2},2\sqrt{3}+2\sqrt{2}]$　　(D)$[\sqrt{3}-\sqrt{2},\sqrt{3}+\sqrt{2}]$

(12)已知函数$f(x)=e^{-|x|}+\cos\pi x$,下列说法中错误的是

(A)$f(x)$的最大值为2

(B)$f(x)$在$(-10,10)$内所有零点之和为0

(C)$f(x)$的任何一个极大值都大于1

(D)$f(x)$在$(0,10)$内所有极值点之和小于55

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分.第(13)～(21)题为必考题,每个试题考生都必须作答.第(22)～(23)题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本题共4小题,每小题5分.

(13)若复数z为纯虚数,且$\left|\frac{z}{1+i}\right|=\frac{\sqrt{2}}{2}$(i为虚数单位),则$z=$________.

(14)已知过点$(\sqrt{3},4)$的双曲线的两条渐近线为$2x\pm y=0$,则该双曲线的方程为________.

(15)若当$x=\theta$时,函数$f(x)=3\cos x-\sin x$取得最小值,则$\cos\theta=$________.

(16)设二次函数$f(x)=ax^2+bx+c$的导函数为$f'(x)$,若对任意$x\in\mathbf{R}$,不等式$f(x)\geqslant f'(x)$恒成立,则$\frac{b^2}{a^2+2c^2}$的最大值为________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

(17)（本小题满分 12 分）

已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=5$，$a_4+a_6=22$. 数列$\{b_n\}$中，$b_1=3$，$b_n=2b_{n-1}+1(n\geqslant 2)$.

（Ⅰ）分别求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）定义$x=[x]+(x)$，$[x]$是x的整数部分，(x)是x的小数部分，且$0\leqslant(x)<1$. 记数列$\{c_n\}$满足$c_n=\left(\dfrac{a_n}{b_n+1}\right)$，求数列$\{c_n\}$的前$n$项和.

(18)（本小题满分 12 分）

2017 年 4 月 1 日，新华通讯社发布：国务院决定设立河北雄安新区. 消息一出，河北省雄县、容城、安新 3 县及周边部分区域迅速成为海内外高度关注的焦点.

（Ⅰ）为了响应国家号召，北京市某高校立即在所属的 8 个学院的教职员工中作了“是否愿意将学校整体搬迁至雄安新区”的问卷调查，8 个学院的调查人数及统计数据如下：

调查人数(x)	10	20	30	40	50	60	70	80
愿意整体搬迁人数(y)	8	17	25	31	39	47	55	66

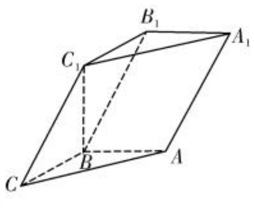
请根据上表提供的数据，用最小二乘法求出变量y关于变量x的线性回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$（$\hat{b}$保留小数点后两位有效数字）；若该校共有教职员工 2 500 人，请预测该校愿意将学校整体搬迁至雄安新区的人数；

（Ⅱ）若该校的 8 位院长中有 5 位院长愿意将学校整体搬迁至雄安新区，现该校拟在这 8 位院长中随机选取 4 位院长组成考察团赴雄安新区进行实地考察，记X为考察团中愿意将学校整体搬迁至雄安新区的院长人数，求X的分布列及数学期望.

参考公式及数据：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\cdot\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\cdot\bar{x}^2}$，$a=\bar{y}-\hat{b}\cdot\bar{x}$，$\sum\limits_{i=1}^{8}x_iy_i=16\ 310$，$\sum\limits_{i=1}^{8}x_i^2=20\ 400$.

(19)（本小题满分 12 分）

如图所示，三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，已知$AB\perp$侧面BB_1C_1C，$AB=BC=1$，$BB_1=2$，$\angle BCC_1=60°$.



（Ⅰ）求证：$BC_1\perp$平面ABC；

（Ⅱ）E是棱CC_1上的一点，若二面角$A-B_1E-B$的正弦值为$\dfrac{1}{2}$，求CE的长.

(20)(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C_1:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，$P(-2,0)$ 是它的一个顶点，过点 P 作圆 $C_2:x^2+y^2=r^2$ 的切线 PT，T 为切点，且 $|PT|=\sqrt{2}$.

(Ⅰ)求椭圆 C_1 及圆 C_2 的方程；

(Ⅱ)过点 P 作互相垂直的两条直线 l_1,l_2，其中 l_1 与椭圆的另一交点为 D，l_2 与圆交于 A,B 两点，求△ABD 面积的最大值.

(21)(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=e^{ax}\ln(x+1)$，其中 $a\in\mathbf{R}$.

(Ⅰ)设 $F(x)=e^{-ax}f'(x)$，讨论 $F(x)$ 的单调性；

(Ⅱ)若函数 $g(x)=f(x)-x$ 在 $(0,+\infty)$ 内存在零点，求 a 的取值范围.

请考生在(22)、(23)两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.

(22)(本小题满分 10 分)选修 4－4：坐标系与参数方程

将圆 $x^2+y^2=1$ 上每个点的横坐标变为原来的 4 倍，纵坐标变为原来的 3 倍，得曲线 C，以坐标原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为：$\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=3\sqrt{2}$，且直线 l 在直角坐标系中与 x，y 轴分别交于 A，B 两点.

(Ⅰ)写出曲线 C 的参数方程，直线 l 的普通方程；

(Ⅱ)问在曲线 C 上是否存在点 P，使得△ABP 的面积 $S_{\triangle ABP}=3$，若存在，求出点 P 的坐标，若不存在，请说明理由.

(23)(本小题满分 10 分)选修 4－5：不等式选讲

设函数 $f(x)=|ax+b|(a,b\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)若 $a=2,b=1$，求不等式 $f(x)+f(-x)\leqslant 4$ 的解集；

(Ⅱ)若对任意满足 $0\leqslant x\leqslant 1$ 的实数 x，都有 $f(x)\leqslant 1$ 成立，求证：$|a|\leqslant 2$.

数学(理科)参考答案

一、选择题

题　号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答　案	A	D	C	B	C	B	B	C	A	A	C	D

(8)C 【解析】设点 A 的坐标为 $\left(\frac{y^2}{8},y\right)$，作 AA_1 垂直于准线 $x=-2$ 垂足为 A_1，

$\because |AK|=\sqrt{2}|AF|$，$\therefore |AA_1|=|A_1K|$，$\therefore \frac{y^2}{8}+2=|y|$，$\therefore |y|=4$.

$\therefore A(2,4)$，$S_{\triangle AFK}=\frac{1}{2}\times4\times4=8$.

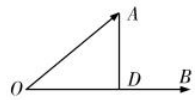
(9)A 【解析】设 $AD=a$，则 $AB=a$，$BD=\frac{\sqrt{6}}{2}a$，$BC=2a$.

$\triangle ABD$ 中，$\cos A=\dfrac{a^2+a^2-\frac{3}{2}a^2}{2a\cdot a}=\frac{1}{4}$，$\therefore \sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{\sqrt{15}}{4}$.

$\triangle ABC$ 中，$\sin C=\frac{\sin A}{BC}\cdot AB=\frac{\sqrt{15}}{8}$.

(10)A 【解析】解法一：如图，取 $\boldsymbol{e}_1=\overrightarrow{OA}$，$\boldsymbol{e}_2=\overrightarrow{OB}$，过点 A 作 $AD\perp OB$ 交 OB 于 D，

由 $|\boldsymbol{e}_1+\lambda\boldsymbol{e}_2|_{\min}=1$ 可知 $|AD|=1$，故 A 正确.



解法二：令 $f(\lambda)=|\boldsymbol{e}_1+\lambda\boldsymbol{e}_2|^2=\boldsymbol{e}_2^2\lambda^2+2|\boldsymbol{e}_1|\cdot|\boldsymbol{e}_2|\cos\theta\cdot\lambda+\boldsymbol{e}_1^2$，由于 $\boldsymbol{e}_2^2>0$，

所以 $f(\lambda)_{\min}=\dfrac{4\boldsymbol{e}_2^2\cdot\boldsymbol{e}_1^2-(2|\boldsymbol{e}_1|\cdot|\boldsymbol{e}_2|\cos\theta)^2}{4{\boldsymbol{e}_2}^2}=\boldsymbol{e}_1^2-\boldsymbol{e}_1^2\cdot\cos^2\theta=\boldsymbol{e}_1^2\cdot\sin^2\theta=1$

故 A 正确.

(11)C 【解析】$|ON|=2\sqrt{3}$，$|OM|=2\sqrt{2}$，

故 $2\sqrt{3}-2\sqrt{2}=|ON|-|OM|\leqslant|MN|\leqslant|OM|+|ON|=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$，所以 C 正确.

(12)D 【解析】$f(x)$ 是偶函数，$f(0)=2$ 是一个极大值，故 A，B 显然成立. 对于 C，下面考虑 $x>0$ 的情况.
$f(x)=\mathrm{e}^{-x}+\cos\pi x$，$f'(x)=-\mathrm{e}^{-x}-\pi\sin\pi x$，考虑 $h(x)=-\mathrm{e}^{-x}$，$g(x)=\pi\sin\pi x$ 的图像交点可知，在每一个区间 $(2k-2,2k)(k\in\mathbf{N}_+)$ 上，$f'(x)=0$ 有两解 x_{2k-1}，x_{2k}，故当 $x\in(x_{2k-1},x_{2k})(k\in\mathbf{N}_+)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增；当 $x\in(x_{2k},x_{2k+1})(k\in\mathbf{N}_+)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减. 而 $x_{2k}<2k<x_{2k+1}$，所以 $f(x)$ 的极大值为 $f(x_{2k})>f(2k)=\mathrm{e}^{-2k}+1>1$，故 C 正确. 在 $(0,10)$ 内有 10 个极值点，其中 $x_1+x_2>3$，$x_3+x_4>7$，$x_5+x_6>11$，$x_7+x_8>15$，$x_9+x_{10}>19$，所以 $\sum_{i=1}^{10}x_i>55$，故 D 错误.

二、填空题

(13)$\pm\mathrm{i}$

(14)$\frac{y^2}{4}-x^2=1$

(15)$-\frac{3\sqrt{10}}{10}$　【解析】$f(x)=-\sqrt{10}\left(\sin x\cdot\frac{1}{\sqrt{10}}-\cos x\cdot\frac{3}{\sqrt{10}}\right)=-\sqrt{10}\sin(x-\varphi)$，$\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{10}}$，

$\sin\varphi=\frac{3}{\sqrt{10}}$.

当 $x-\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$ 时，$f(x)$ 有最小值，此时 $x=\frac{\pi}{2}+\varphi+2k\pi$，

$\therefore \cos\theta=\cos\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)=-\sin\varphi=-\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

(16)$\sqrt{6}-2$ 【解析】由题意有，$ax^2+bx+c\geqslant 2ax+b$ 即 $ax^2+(b-2a)x+c-b\geqslant 0$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立.

任意 $a>0$，$\Delta=(b-2a)^2-4a(c-b)\leqslant 0$，$\therefore b^2+4a^2-4ac\leqslant 0$，$\therefore \dfrac{b^2}{a^2+2c^2}\leqslant\dfrac{4ac-4a^2}{a^2+2c^2}=\dfrac{4\left(\dfrac{c}{a}-1\right)}{2\left(\dfrac{c}{a}\right)^2+1}$，

$\because 4a^2-4ac\leqslant 0$，$\therefore \dfrac{c}{a}\geqslant 1$，令 $t=\dfrac{c}{a}-1$，则 $t\geqslant 0$，

$\dfrac{b^2}{a^2+2c^2}\leqslant\dfrac{4t}{2(t+1)^2+1}=\dfrac{4t}{2t^2+4t+3}=\dfrac{4}{2t+\dfrac{3}{t}+4}\leqslant\dfrac{4}{2\sqrt{6}+4}=\sqrt{6}-2$，

当且仅当 $t=\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ 即 $\dfrac{c}{a}=\sqrt{\dfrac{3}{2}}+1$ 时取等号.

三、解答题

(17)【解析】(Ⅰ)$a_n=2n+1$，$b_n=2b_{n-1}+1$，$b_n+1=2(b_{n-1}+1)$，

$\therefore\{b_n+1\}$ 是首项为 4，公比为 2 的等比数列，$\therefore b_n+1=2^{n+1}$，$\therefore b_n=2^{n+1}-1$. ……………………………(6 分)

(Ⅱ)依题意，当 $n\geqslant 1$ 时，$2^{n+1}=2\cdot(1+1)^n\geqslant 2(\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^1)=2(1+n)>2n+1$，

$\therefore c_n=\dfrac{2n+1}{2^{n+1}}$，

所以 $S_n=\dfrac{3}{4}+\dfrac{5}{8}+\cdots+\dfrac{2n+1}{2^{n+1}}$，

令 $W=\dfrac{3}{4}+\dfrac{5}{8}+\cdots+\dfrac{2n+1}{2^{n+1}}$，

$\dfrac{1}{2}W=\dfrac{3}{8}+\dfrac{5}{16}+\cdots+\dfrac{2n-1}{2^{n+1}}+\dfrac{2n+1}{2^{n+2}}$，

两式相减，得 $\dfrac{1}{2}W=\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{8}+\dfrac{2}{16}+\cdots+\dfrac{2}{2^{n+1}}-\dfrac{2n+1}{2^{n+2}}=\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{4}-\dfrac{1}{2^n}-\dfrac{2n+1}{2^{n+2}}=\dfrac{5}{4}-\dfrac{2n+5}{2^{n+2}}$，

故 $S_n=\dfrac{5}{2}-\dfrac{2n+5}{2^{n+1}}$. ……………………………(12 分)

(18)【解析】(Ⅰ)由已知有 $\bar{x}=45$，$\bar{y}=36$，$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\cdot\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\cdot\bar{x}^2}=\dfrac{16\ 310-8\times 45\times 36}{20\ 400-8\times 45\times 45}\approx 0.80$，

$a=36-0.80\times 45=0$，故变量 y 关于变量 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=0.80x$，

所以，当 $x=2\ 500$ 时，$y=2\ 500\times 0.8=2\ 000$. ……………………………(6 分)

(Ⅱ)由题意可知 X 的可能取值有 1，2，3，4.

$P(X=1)=\dfrac{\mathrm{C}_5^1\cdot\mathrm{C}_3^3}{\mathrm{C}_8^4}=\dfrac{1}{14}$，$P(X=2)=\dfrac{\mathrm{C}_5^2\cdot\mathrm{C}_3^2}{\mathrm{C}_8^4}=\dfrac{3}{7}$，

$P(X=3)=\dfrac{\mathrm{C}_5^3\cdot\mathrm{C}_3^1}{\mathrm{C}_8^4}=\dfrac{3}{7}$，$P(X=4)=\dfrac{\mathrm{C}_5^4}{\mathrm{C}_8^4}=\dfrac{1}{14}$

所以 X 的分布列为

X	1	2	3	4
P	$\dfrac{1}{14}$	$\dfrac{3}{7}$	$\dfrac{3}{7}$	$\dfrac{1}{14}$

$E(X)=1\times\dfrac{1}{14}+2\times\dfrac{3}{7}+3\times\dfrac{3}{7}+4\times\dfrac{1}{14}=\dfrac{5}{2}$. ……………………………(12 分)

(19)【解析】(Ⅰ)证明：因为 $AB\perp$ 侧面 BB_1C_1C，$BC_1\subset$ 平面 BB_1C_1C，

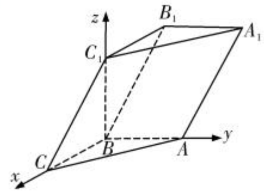
所以 $AB\perp BC_1$，在 $\triangle BCC_1$ 中，$BC=1$，$CC_1=BB_1=2$，$\angle BCC_1=60^\circ$，

由余弦定理得：$BC_1^2=BC^2+CC_1^2-2BC\cdot CC_1\cdot\cos\angle BCC_1=1^2+2^2-2\times 1\times 2\times\cos 60^\circ=3$，

所以 $BC_1=\sqrt{3}$，故 $BC^2+BC_1^2=CC_1^2$，所以 $BC\perp BC_1$，

又 $AB\cap BC=B$，$\therefore BC_1\perp$ 平面 ABC. ……………………………………………………（5 分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知，AB,BC,BC_1 两两垂直. 以 B 为原点，BC,BA,BC_1 所在直线为 x,y,z 轴建立空间直角坐标系.



则 $B(0,0,0),A(0,1,0),C(1,0,0),C_1(0,0,\sqrt{3}),B_1(-1,0,\sqrt{3})$

$\overrightarrow{CC_1}=(-1,0,\sqrt{3}),\overrightarrow{AB_1}=(-1,-1,\sqrt{3})$，

令 $\overrightarrow{CE}=\lambda\overrightarrow{CC_1}(0\leqslant\lambda\leqslant1)$，

$\therefore\overrightarrow{CE}=(-\lambda,0,\sqrt{3}\lambda),\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CE}=(1-\lambda,-1,\sqrt{3}\lambda)$，

设平面 AB_1E 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则

$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AE}=(1-\lambda)x-y+\sqrt{3}\lambda z=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AB_1}=-x-y+\sqrt{3}z=0\end{cases}$，令 $z=\sqrt{3}$，则 $x=\dfrac{3-3\lambda}{2-\lambda},y=\dfrac{3}{2-\lambda}$，

$\therefore\boldsymbol{n}=\left(\dfrac{3-3\lambda}{2-\lambda},\dfrac{3}{2-\lambda},\sqrt{3}\right)$.

$\because AB\perp$ 侧面 BB_1C_1C，所以 $\overrightarrow{BA}$ 是平面 BB_1C_1C 的一个法向量，

$|\cos\langle\boldsymbol{n},\overrightarrow{BA}\rangle|=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，两边平方并化简得 $2\lambda^2-5\lambda+3=0$，所以 $\lambda=1$ 或 $\lambda=\dfrac{3}{2}$（舍去）.

$\therefore CE=CC_1=2$. ……………………………………………………………………………（12 分）

（20）**【解析】**（Ⅰ）由 $a=2,e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 得 $c=\sqrt{2}$，$\therefore b=\sqrt{2}$，故所求椭圆方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$.

由已知有 $r=\sqrt{|PO|^2-|PT|^2}=\sqrt{2}$，圆 C_2 的方程为 $C_2:x^2+y^2=2$. ……………………………（5 分）

（Ⅱ）设直线 l_1 的方程为 $y=k(x+2)$，由 $\begin{cases}y=k(x+2)\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1\end{cases}$ 得 $(1+2k^2)x^2+8k^2x+8k^2-4=0$，

$\therefore x_P+x_D=\dfrac{-8k^2}{1+2k^2}$，又 $x_P=-2$，$\therefore x_D=\dfrac{2-4k^2}{1+2k^2}$，$\therefore|DP|=\sqrt{1+k^2}\,|x_D-x_P|=\dfrac{4\sqrt{1+k^2}}{1+2k^2}$.

直线 l_2 的方程为 $y=-\dfrac{1}{k}(x+2)$，即 $x+ky+2=0$，$|AB|=2\sqrt{2-\left(\dfrac{2}{\sqrt{1+k^2}}\right)^2}=2\sqrt{\dfrac{2k^2-2}{1+k^2}}$，

$\therefore S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}|AB||PD|=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{\dfrac{2k^2-2}{1+k^2}}\cdot\dfrac{4\sqrt{1+k^2}}{1+2k^2}=\dfrac{4\sqrt{2k^2-2}}{2k^2+1}$

$=\dfrac{4\sqrt{2k^2-2}}{2k^2-2+3}=\dfrac{4}{\sqrt{2k^2-2}+\dfrac{3}{\sqrt{2k^2-2}}}\leqslant\dfrac{4}{2\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，

当且仅当 $\sqrt{2k^2-2}=\dfrac{3}{\sqrt{2k^2-2}}$，$k=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ 时取等号.

因此 $\triangle ABD$ 面积的最大值为 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. ……………………………………………………（12 分）

（21）**【解析】**（Ⅰ）定义域为 $\{x|x>-1\}$，$f'(x)=a\cdot e^{ax}\ln(x+1)+e^{ax}\cdot\dfrac{1}{x+1}=e^{ax}\left(a\ln(x+1)+\dfrac{1}{x+1}\right)$，

故 $F(x)=e^{-ax}f'(x)=a\ln(x+1)+\dfrac{1}{x+1}$，则 $F'(x)=\dfrac{a}{x+1}-\dfrac{1}{(x+1)^2}=\dfrac{ax+a-1}{(x+1)^2}$.

若 $a=0$，则 $F'(x)<0$，$F(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上单调递减；

若 $a\neq0$，则令 $F'(x)=0\Rightarrow x=\dfrac{1}{a}-1$.

（ⅰ）当 $a<0$ 时，则 $x=\dfrac{1}{a}-1<-1$，因此在 $(-1,+\infty)$ 上恒有 $F'(x)<0$，即 $F(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上单调递减；

(ⅱ)当 $a>0$ 时,$x=\frac{1}{a}-1>-1$,因而在 $\left(-1,\frac{1}{a}-1\right)$ 上 $F'(x)<0$,在 $\left(\frac{1}{a}-1,+\infty\right)$ 上 $F'(x)>0$;因此 $F(x)$ 在 $\left(-1,\frac{1}{a}-1\right)$ 上单调递减,在 $\left(\frac{1}{a}-1,+\infty\right)$ 上单调递增. ……………………………………………… (5 分)

(Ⅱ)设 $g(x)=f(x)-x=e^{ax}\ln(x+1)-x,x\in(0,+\infty)$,

$g'(x)=f'(x)-1=e^{ax}\left(a\ln(x+1)+\frac{1}{x+1}\right)-1=e^{ax}F(x)-1$. 设 $h(x)=g'(x)=e^{ax}F(x)-1$,

则 $h'(x)=e^{ax}(aF(x)+F'(x))=e^{ax}\left(a^2\ln(x+1)+\frac{2ax+2a-1}{(x+1)^2}\right)$. ……………………………… (7 分)

(ⅰ)若 $a\leqslant 0$,由 $x>0$ 可知,$0<e^{ax}\leqslant 1$,另可证当 $x>0$ 时,$\ln(x+1)<x$.

$\therefore g(x)=e^{ax}\ln(x+1)-x<e^{ax}x-x=x(e^{ax}-1)\leqslant 0$,故 $g(x)<0$ 对任意 $x\in(0,+\infty)$ 都成立,

故 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上无零点. 因此 $a>0$.

(ⅱ)当 $0<a<\frac{1}{2}$,考察函数 $h'(x)$,由于 $h'(0)=2a-1<0$,$h'\left(\frac{1}{2a}\right)>0$,$\therefore h'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上必存在零点. 设 $h'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 的第一个零点为 x_0,则当 $x\in(0,x_0)$ 时,$h'(x)<0$,

故 $h(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上为减函数,又 $h(x_0)<h(0)=0$,

所以当 $x\in(0,x_0)$ 时,$g'(x)<0$,从而 $g(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减,故在 $(0,x_0)$ 上恒有 $g(x)<g(0)=0$,即 $g(x_0)<0$,注意到 $e^{ax}>ax$,

因此 $g(x)=e^{ax}\ln(x+1)-x>ax\ln(x+1)-x=x(a\ln(x+1)-1)$,令 $x=e^{\frac{1}{a}}$ 时,则有 $g(x)>0$,由零点存在定理可知函数 $y=g(x)$ 在 $(x_0,e^{\frac{1}{a}})$ 上有零点,符合题意.

(ⅲ)若 $a\geqslant\frac{1}{2}$,则由 $x>0$ 可知,$h'(x)>0$ 恒成立,从而 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,也即 $g'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,因此 $g'(x)>g'(0)=0$,即 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,从而 $g(x)>g(0)=0$ 恒成立,故方程 $g(x)=0$ 在 $(0,+\infty)$ 上无解.

综上可知,a 的取值范围是 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$. ……………………………………………………………… (12 分)

(22)**【解析】**(Ⅰ)曲线 $C:\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$,故曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=4\cos\alpha\\y=3\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$ 为参数)

直线 l 的普通方程为:$x+y-6=0$. ……………………………………………………………… (5 分)

(Ⅱ)设曲线 C 上点 $P(4\cos\alpha,3\sin\alpha)$,点 P 到直线 l 的距离为 d,

则 $d=\frac{|4\cos\alpha+3\sin\alpha-6|}{\sqrt{2}}=\frac{|5\sin(\alpha+\varphi)-6|}{\sqrt{2}}\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$,

故 $S_{\triangle ABP}\geqslant\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3$,

当 $\sin(\alpha+\varphi)=1$ 时取等号,即 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$,$\cos\alpha=\frac{4}{5}$,此时 $P\left(\frac{16}{5},\frac{9}{5}\right)$. 故在曲线 C 上存在点 P,使得 $\triangle ABP$ 的面积 $S_{\triangle ABP}=3$,点 P 坐标为 $\left(\frac{16}{5},\frac{9}{5}\right)$. ……………………………… (10 分)

(23)**【解析】**(Ⅰ)由 $a=2,b=1$ 得 $f(x)=|2x+1|+|2x-1|=\begin{cases}-4x,x\leqslant-\frac{1}{2}\\2,-\frac{1}{2}<x\leqslant\frac{1}{2}\\4x,x>\frac{1}{2}\end{cases}$

故 $f(x)\leqslant 4$ 的解集为 $[-1,1]$. ……………………………………………………………… (5 分)

(Ⅱ)证明:由对任意满足 $0\leqslant x\leqslant 1$ 的实数 x,都有 $|ax+b|\leqslant 1$

令 $x=0$ 得 $|b|\leqslant 1$,令 $x=1$ 得 $|a+b|\leqslant 1$,故 $|a|=|-b+a+b|\leqslant|-b|+|a+b|\leqslant 2$. ……… (10 分)