

高考复习一周期数列的通项公式解析教案

(1) 若 $a_{n+1} + a_n = d$ (d 为常数), 则数列 $\{a_n\}$ 为“等和数列”, 它是一个周期数列, 周期为 2, 其通项分为奇数项和偶数项来讨论.

(2) 形如 $a_{n+1} \cdot a_n = f(n)$ 型 ①若 $a_{n+1} \cdot a_n = p$ (p 为常数), 则数列 $\{a_n\}$ 为“等积数列”, 它是一个周期数列, 周期为 2, 其通项分为奇数项和偶数项来讨论; ②若 $f(n)$ 为 n 的函数 (非常数) 时, 可通过逐差法得 $a_n \cdot a_{n-1} = f(n-1)$, 两式相除后, 分奇偶项来求通项.

例 1: 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 0$, $a_{n+1} + a_n = 2$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

$$a_n = (-1)^n + 1$$

练习 1: (2014·课标全国 II) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \frac{1}{1-a_n}$, $a_8 = 2$, 则 $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

[解析] $\because a_{n+1} = \frac{1}{1-a_n},$

$$\therefore a_{n+1} = \frac{1}{1-a_n} = \frac{1}{1-\frac{1}{1-a_{n-1}}} = \frac{1-a_{n-1}}{1-a_{n-1}-1}$$

$$= \frac{1-a_{n-1}}{-a_{n-1}} = 1 - \frac{1}{a_{n-1}}$$

$$= 1 - \frac{1}{\frac{1}{1-a_{n-2}}} = 1 - (1-a_{n-2}) = a_{n-2},$$

$$\therefore \text{周期 } T = (n+1) - (n-2) = 3. \therefore a_8 = a_{3 \times 2 + 2} = a_2 = 2.$$

$$\text{而 } a_2 = \frac{1}{1-a_1}, \therefore a_1 = \frac{1}{2}.$$

[答案] $\frac{1}{2}$