2007—2008 学年度下学期期中阶段测试

高一年级　数学试卷

一、选择题 （每题 4 个选项中只有一个选项正确，每题 5 分，共 12 题，满分 60 分）

1．方程 $\tan x=-\sqrt{3}(-\pi<x<\pi)$ 的解集为（　　）

A．$\{-\frac{\pi}{6},\frac{5}{6}\pi\}$　　B．$\{-\frac{2}{3}\pi,\frac{2}{3}\pi\}$　　C $\{-\frac{\pi}{3},\frac{2}{3}\pi\}$　　D．$\{\frac{2}{3}\pi,\frac{5}{3}\pi\}$

2．下列给变量赋值的语句正确的是（　）

A．10＝a　　B. a＋4＝a　　C. a＝b＝3　　D. a＝2*a

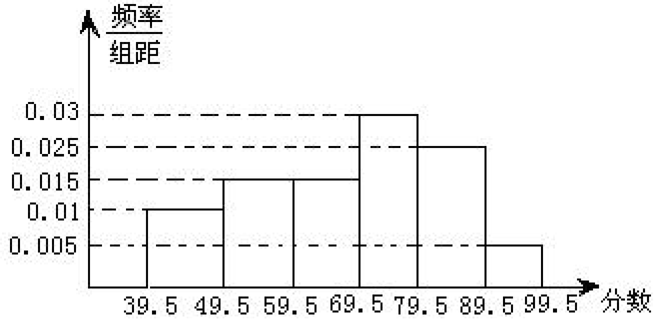
3．已知 2 弧度的圆心角所对的弦长为 1，那么这个圆心角所对的孤长是（　　）

A．2　　B．$\sin 2$　　C．$\frac{1}{\sin 1}$　　D．$\sin 1$

4. 给出以下四个问题,①输入一个数 x,输出它的平方.②求面积为 4 的正方形的周长.③求三个数 a,b,c 中的最大数.④求函数 $f(x)=\begin{cases}x-1,x\ge 0\\ x+2,x<0\end{cases}$ 的函数值. 其中不需要用条件语句来描述其算法的有 (　　)

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

5．如左下图，从参加环保知识竞赛的学生中抽出 60 名，将其成绩（均为整数）整理后画出的频率分布直方图如下：观察图形，估计这次环保知识竞赛的及格率（60 分及以上为及格）为（　）.



A. 0.6　　B. 0.75　　C. 0.7　　D. 0.9

6．若 $\cot 160^\circ=a$,则 $\cos 20^\circ$ 是（　　）

A．$-\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$　　B．$\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$　　C. $\pm\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$　　D．$\pm\frac{\sqrt{1+a^2}}{a}$

7．当 $x=2$ 时，下面的程序段结果是（　　）

```
i=1
s=0
WHILE i<=4
s=s*x+1
i=i+1
END
PRINT s
END
```

A．3　　　　B．7　　　　C．15　　　　D．17

8.性质：(1)最小正周期为π（2）图象关于$(\frac{\pi}{6},0)$对称，则下列函数同时满足以上两个性质的是（　　）

A. $y=\tan(x+\frac{\pi}{3})$　　　　B. $y=\cos(2x-\frac{\pi}{3})$

C. $y=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$　　　　D. $y=\sin(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{12})$

9.方程$\lg x=\sin\frac{\pi x}{3}$的实根个数是（　　　）

A.1　　　　B.2　　　　C.3　　　　D.4

10．要得到函数$y=\sqrt{2}\cos x$的图象，只需将函数$y=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})$的图象上所有的点的（　　）

A．横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），再向左平行移动$\frac{\pi}{4}$个单位长度；

B．横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），再向右平行移动$\frac{\pi}{8}$个单位长度；

C．横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍（纵坐标不变），再向右平行移动$\frac{\pi}{4}$个单位长度；

D．横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍（纵坐标不变）, 再向左平行移动$\frac{3\pi}{8}$个单位长度.

11.若ΔABC的内角满足：$\sin A+\cos A>0,\tan A-\sin A<0,$ 则角 A 的取值范围（　　）

A．$(0,\frac{\pi}{4})$　　　　B．$(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$　　　　C. $(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4})$　　　　D．$(\frac{3\pi}{4},\pi)$

12.设 $\alpha\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$，则 $(\cos\alpha)^{\cos\alpha},(\sin\alpha)^{\cos\alpha},(\cos\alpha)^{\sin\alpha}$ 的大小顺序是（　　）

A. $(\cos\alpha)^{\cos\alpha}<(\sin\alpha)^{\cos\alpha}<(\cos\alpha)^{\sin\alpha}$

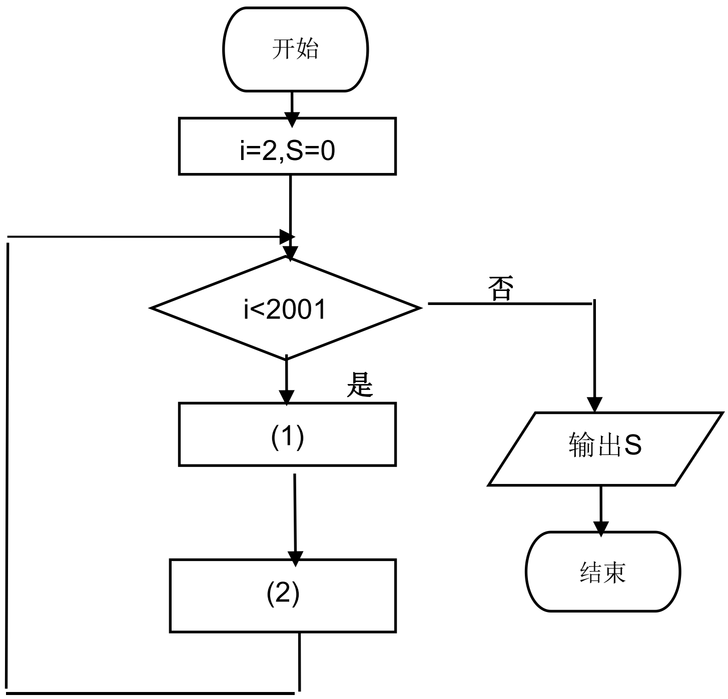
B. $(\cos\alpha)^{\cos\alpha}<(\cos\alpha)^{\sin\alpha}<(\sin\alpha)^{\cos\alpha}$

C. $(\sin\alpha)^{\cos\alpha}<(\cos\alpha)^{\cos\alpha}<(\cos\alpha)^{\sin\alpha}$

D. $(\cos\alpha)^{\sin\alpha}<(\cos\alpha)^{\cos\alpha}<(\sin\alpha)^{\cos\alpha}$

二、填空题（每题 4 分，共 5 题，满分 20 分）

13．根据条件把流程图补充完整，求 $1\rightarrow 2000$ 内所有偶数的和；



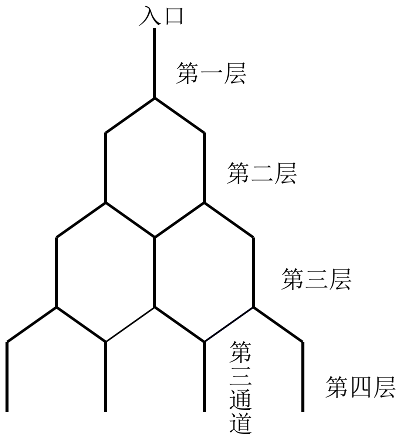
(1) 处填______________________；

(2) 处填______________________。

14．已知样本 $9,10,11,x,y$（x>y）的平均数是 10，方差是 4，则 x 与 y 的值分别为__________.

15. 函数 $f(x)=\begin{cases}\cot \pi x^2\,(-1<x<0)\\ e^{x-2}\,(x\geq 0)\end{cases}$ ，若 $f(a)=1$，则 a 的所有可能值组成的集合为________.

16．如图,是在竖直平面内的一个“通道游戏”，图中竖直线段和斜线段都表示通道，并且在交点处相通，若竖直线段有一条的为第一层，有二条的为第二层，依次类推，现有一颗小弹子从第 1 层的通道里向下运动. 则该小弹子落入第 4 层第 3 个竖直通道的概率为（从左向右数）__________。



第 16 题图

17．给出下列命题：

①函数 $y=\sqrt{2\cos x-\sqrt{3}}$ 的单调递减区间为 $[2k\pi-\frac{\pi}{6}，2k\pi+\frac{\pi}{6}](k\in z)$；

② $y=\sin(\frac{3\pi}{2}-x)$ 是偶函数；

③ $x=\frac{\pi}{12}$ 是函数 $y=\sin(3x+\frac{5\pi}{4})$ 的一条对称轴方程；

④ 若 α 、 β 是第三象限角且 $\alpha<\beta$,则 $\tan\alpha<\tan\beta$. 其中正确命题的序号是________________.

三、解答题（共 6 题，满分 70 分）

18．（本小题满分 11 分）

已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$，求（1）$\sin\alpha\cdot\cos\alpha$ 的值；（2）$\tan^2\alpha+\cot^2\alpha$ 的值。

19．（本小题满分 12 分）

一个口袋内有 2 个黑球，4 个白球，从口袋中按下列要求取球，求概率：

（1）每次取一个后放回，求第 2 次取到黑球的概率；

（2）每次取一个后不放回，求第 2 次取到黑球的概率；

（3）从口袋中取球两次，每次取一个后不放回，求取到的两个球中至少有一个白球的概率。

20．（本小题满分 12 分）

已知某海滨浴场的海浪高度 y（米）是 t（$0\le t\le 24$, 单位：小时）的函数，记作：$y=f(t)$.

下表是某日各时的浪高数据：

t(小时)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y(米)	1.6	1.1	0.6	1.1	1.6	1.1	0.6	1.09	1.6

经长期观察， $y=f(t)$.的曲线可近似地看成函数 $y=A\cos\omega t+b$ $(A>0,\omega>0)$.

(1) 根据以上数据, 求出函数 $y=A\cos\omega t+b$ 的函数表达式;

(2) 根据规定, 当海浪高度不低于 1.1 米时才对冲浪爱好者开放, 请根据(1)的结论, 判断一天内的上午 8 时至晚上 20 时之间, 有多长时间可供冲浪者进行运动?

21．（本小题满分 12 分）

把一颗骰子投掷 2 次，观察出现的点数，并记第一次出现的点数为 a，第二次出现的点数为 b，试就方程组 $\begin{cases}3x+y=2\\ax+by=3\end{cases}$，解答下列问题：

（1）求方程无实数解的概率；（2）求方程组只有正数解的概率.

22．（本小题满分 12 分）

已知 $f(x)=2\cos^2 x+\sin x+1$.

（1）若 $f(x)$ 的定义域为 R ，求值域；

（2）设 $y=f(x)$,若对于 y 在集合 M 中的每个值，x 在区间 $(0,\pi)$ 上恰有两个不同的值与之对应，求集合 M.

23．(本小题满分 11 分)

现有 A、B、C、D 四个长方体容器，A、B 的底面积均为 x^2，高分别为 x,y；C、D 的底面积均为 y^2，高也分别为 x,y（其中 $x\neq y$,且$x<y$ 的概率为 0.4）.现规定一种甲乙两人的游戏规则：每人从四种容器中取两个盛水，盛水多者为胜。甲在未能确定 x 与 y 大小的情况下先取了 A，然后随机又取了一个。求甲先取时获胜的概率是多少？

辽宁省实验中学2007—2008学年度下学期期中阶段测试

高一年级　数学试卷

参考答案

一．CDCBB　ACACA　CD

二、13．s=s+i，i=i+2　　14.13，7　　15.$\{2,-\frac{1}{2}\}$　　16. $\frac{3}{8}$　　17.②③

18．解：(1)由$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{3}$得$1+2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{9}$,故$\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{4}{9}$

__________5分

(2)
$$\because \tan\alpha+\cot\alpha=\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=-\frac{9}{4}$$
————————————7分
$$\therefore \tan^2\alpha+\cot^2\alpha=(\tan\alpha+\cot\alpha)^2-2$$
$$=(-\frac{9}{4})^2-2=\frac{49}{16}$$
__________11分

19.解：（1）因为每次取球后放回，所以每个球被取的概率都相等即$\frac{1}{3}$.

__________4分

（2）每次取一个后不放回，求第2次取到黑球分两种情况：第一次取黑球，第二次取黑球；第一次取白球，第二次取黑球. $\therefore P=\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}+\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}=\frac{1}{3}$

__________8分

（3）取到的两个球中都是黑球球的概率$P_1=\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$，

取到的两个球中至少有一个白球的概率$P_2=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$

__________12分

20．解：(1)　$\begin{cases}A+b=1.6\\-A+b=0.6\end{cases}$　解得$\begin{cases}A=0.5\\b=1.1\end{cases}$　T=12.　$\frac{2\pi}{\omega}=12$，$\omega=\frac{\pi}{6}$

$$\therefore y=\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{6}t+1.1.$$
__________6分

(2)　$\because y=\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{6}t+1.1\geq 1.1,\therefore \cos\frac{\pi}{6}t\geq 0,$　————————————8分

$$2k\pi-\frac{\pi}{2}\le\frac{\pi}{6}t\le 2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z$$
$$12k-3\le t\le 12k+3,k\in Z$$

—————— 10 分

$k=1$时，$9\le t\le 15$

答：有 6 小时供冲浪者进行运动. ___________12 分

21. 解：（1）方程组无解$\Leftrightarrow$ a=3b. ∵a，b∈｛1，2，3，4，5，6｝，∴a=3，b=1；a=6，b=2.

∴方程组无解的概率 P=$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$. __________6 分

（2）方法 1 ；方程组有解，显然 a≠3b，解方程组$\begin{cases}3x+y=2\\ax+by=3\end{cases}$，得 $\begin{cases}x=\frac{2b-3}{3b-a}\\y=\frac{9-2a}{3b-a}\end{cases}$

——————8 分

由 x>0，y>0 得 $\begin{cases}2b-3>0\\3b-a>0\\9-2a>0\end{cases}$或$\begin{cases}2b-3<0\\3b-a<0\\9-2a<0\end{cases}$，

解不等式得：$a<3b$时，$\begin{cases}a<\frac{9}{2}\\b>\frac{3}{2}\end{cases}$，即$\begin{cases}a=1,2,3,4\\b=2,3,4,5,6\end{cases}$，符合条件的数组共有 20 个；

__________10 分

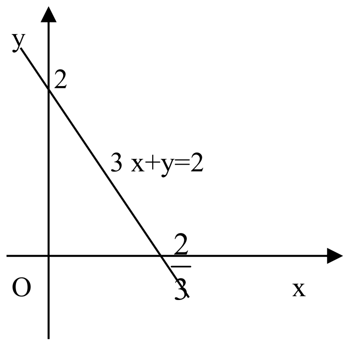
$a>3b$时，$\begin{cases}a>\frac{9}{2}\\b<\frac{3}{2}\end{cases}$， 即$\begin{cases}a=5,6\\b=1\end{cases}$， 符合条件的数组共有 2 个；

___________11 分

即符合题意的正数解共有 22 个. 因此，方程组只有正数解的概率 P_2=$\frac{22}{6\times 6}=\frac{11}{18}$.

___________12 分

方法 2　如图，画直线 3x+y=2 的图象，ax+by=3 即 $\frac{x}{\frac{3}{a}}+\frac{y}{\frac{3}{b}}=1$.



要使方程组只有正数解，当且仅当两条直线的交点在第一象限.

即 $\begin{cases}\frac{3}{a}<\frac{2}{3}\\ \frac{3}{b}>2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\frac{3}{a}>\frac{2}{3}\\ \frac{3}{b}<2\end{cases}$，即 $\begin{cases}a>\frac{9}{2}\\ b<\frac{3}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a<\frac{9}{2}\\ b>\frac{3}{2}\end{cases}$. 以下同（1）

22．解：（1）$f(x)=2\cos^2 x+\sin x+1$

$$=-2\sin^2 x+\sin x+3$$

$$=-2(\sin x-\frac{1}{4})^2+\frac{25}{8}$$ ________________4 分

当 $\sin x=\frac{1}{4}$ 时，$f(x)_{\max}=\frac{25}{8}$

当 $\sin x=-1$ 时, $f(x)_{\min}=0$

——————————6 分

（2）$\because 0<x<\pi \therefore 0<\sin x\le 1$. 令 sinx=u，　则 $0<u\le 1$, y 是关于 u 的二次函数. $y=-2u^2+u+3=-2(u-\frac{1}{4})^2+\frac{25}{8}$

若对于 y 在集合 M 中的每个值，x 在区间 $(0,\pi)$ 上恰有两个不同的值与之对应，则恰有一个满足 $0<u<1$ 的 u 与 y 对应. 结合 y-u 的图像可知：

ⅰ）当 u=0 时，y=3，　即 $-2u^2+u+3=3$ 时，u=$\frac{1}{2}$, u=0,

又因为 u>0, 所以 u=$\frac{1}{2}$，此时 $x=\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$；　____________8 分

ⅱ）当 u=1 时，y=2, 即 sinx=1, 此时 $x=\frac{\pi}{2}$ 不合题意；　____________9 分

ⅲ）当 $u=\frac{1}{4}$, $y_{\max}=\frac{25}{8}$, 此时 x=arcsin$\frac{1}{4}$ 或 π-arcsin$\frac{1}{4}$.　__________11 分

综上，$M=\{y\,|\,2<y\le 3\}\cup\{\frac{25}{8}\}$　____________12 分

23．解：依题意，A、B、C、D 四个容器的容积分别为x^3，x^2y，xy^2，y^3；

按游戏规则：甲先取了 A，则只有三种不同的取法：取 A,B; 取 A,C; 取 A,D.

——————— 1 分

(1) 若甲先取 A,B，则乙只能取 C,D.

$\because (x^3+x^2y)-(xy^2+y^3)=x^2(x+y)-y^2(x+y)=(x-y)(x+y)^2$，

$\therefore$当$x>y$时，$(x-y)(x+y)^2>0$，这时，甲才胜。 ——————— 3 分

(2) 若甲先取 A,C，则乙只能取 B,D.

$\because (x^3+xy^2)-(x^2y+y^3)=x(x^2+y^2)-y(x^2+y^2)=(x-y)(x^2+y^2)$，

$\therefore$当$x>y$时，$(x-y)(x^2+y^2)>0$，这时，甲才胜。 ——————— 5 分

(3) 若甲先取 A,D，则乙只能取 B,C.

$\because (x^3+y^3)-(x^2y+xy^2)=(x+y)(x^2-xy+y^2)-xy(x+y)=(x+y)(x-y)^2$

又 $x\neq y, x>0, y>0, \therefore (x+y)(x-y)^2>0$，这时甲必胜。 ——————7 分

故甲先取 A 再取 B 或 C 的事件发生的概率为$\frac{2}{3}$，且$x>y$的概率为 1-0.4=0.6.

此时甲胜的概率为$\frac{2}{3}\times 0.6=\frac{2}{5}$。 ——————— 9 分

又甲先取 A 再取 D 的事件发生的概率为$\frac{1}{3}$，此时甲胜的概率为$\frac{1}{3}$

所以甲先取时获胜的概率为$P=\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=\frac{11}{15}$。 —————— 11 分