

2008-2009 学年度下学期期末考试

高二理科数学试卷

本试卷分第 I 卷（选择题）、第 II 卷（非选择题）两部分，其中第 II 卷第（22）~（24）题为选考题，其它题为必考题。共计 150 分，

考试时间 120 分钟。

参考公式：如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P，那么在 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 $P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$

$$\chi^2 = \frac{n(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})^2}{n_{1+}n_{2+}n_{+1}n_{+2}}$$

$P(\chi^2 \geq k)$	0.05	0.01
K	3.841	6.635

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

- 若将复数 $\frac{1+i}{1-i}$ 表示为 $a+bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$, i 是虚数单位) 的形式，则 $a+b =$ (▲)
 A. 0 B. 1 C. -1 D. 2
- 线性回归直线方程 $\hat{y} = bx + a$ 所表示的直线必过 (▲)
 A. (0,0) B. $(\bar{x}, 0)$ C. $(0, \bar{y})$ D. (\bar{x}, \bar{y})
- 下列的判断中错误的是 (▲)
 A. 归纳推理和类比推理是数学中常用的合情推理；
 B. 把所有情况都考虑在内的演绎推理规则叫做完全归纳推理；
 C. “如果 $p \Rightarrow q, p$ 真，则 q 真”，这种推理规则叫做假言推理；
 D. “如果 $a \Rightarrow b, b \Rightarrow c$, 则 $a \Rightarrow c$ ” 这种推理规则叫做传递性关系推理。
- 在 $(x - \frac{1}{x})^{10}$ 的展开式中，系数最大的项是 (▲)
 A. 第 5、7 项； B. 第 6 项； C. 第 5、6 项； D. 第 6、7 项

5. 在对两个变量 x 、 y 进行线性分析时, 有下列步骤:

- ①对所求出的线性回归方程作出解释;
- ②收集数据 $(x_i, y_i), i = 1, 2, 3, \dots$;
- ③求线性回归方程; ④求相关系数;
- ⑤根据所搜集的数据绘制散点图。

则在下列操作顺序中正确的是 (▲)

- A. ①②⑤③④ B. ③②④⑤① C. ②④③①⑤ D. ②⑤④③①

6. 已知复数 z 满足 $|2z - i| = 2$, 则 $|z + 2i|$ 的最大值是 (▲)

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{7}{2}$ C. 4 D. 2

7. 如果 $\left(3x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^n$ 的展开式中含有非零常数项, 则正整数 n 的最小值为 (▲)

- A. 10 B. 6 C. 5 D. 3

8. 在某一试验中事件 A 发生的概率为 p , 则在 n 次试验中 \bar{A} 发生 k 次的概率为 (▲)

- A. $1 - p^k$ B. $(1 - p)^k p^{n-k}$ C. $1 - (1 - p)^k$ D. $C_n^k (1 - p)^k p^{n-k}$

9. 设两个独立事件 A 与 B 都不发生的概率为 $\frac{1}{9}$, A 发生 B 不发生的概率与

B 发生但 A 不发生的概率相同, 则事件 A 发生的概率 $P(A)$ 是 (▲)

- A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{1}{18}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

10. 在一次恶劣气候下的海上航行中, 调查男女乘客的晕船情况, 所得数据如右表所示, 据此资料我们可以得出正确的结论是 (▲)

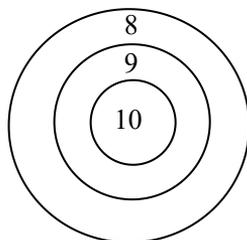
	晕船	不晕船	合计
男	24	31	55
女	8	26	34
合计	32	57	89

- A. 晕船与否跟男女性别无关;
- B. 有 95% 的把握说晕船与否跟男女性别有关;
- C. 有 99% 的把握说晕船与否跟男女性别有关;
- D. 因为这次航班中男性晕船的比例比女性晕船的比例要高, 所以我们可以认为在恶劣气候下的海上航行中, 男性比女性更容易晕船。

11. 霓虹灯的一个部位由一排七个小灯泡组成, 每个灯泡均可亮出红色或黄色。

现设计每次变换只闪亮其中三个灯泡, 且相邻两个不同时亮, 则一共可呈现的不同的变换形式有 (▲) A. 80 种 B. 30 种 C. 480 种 D. 60 种

12. 某人向如右图所示的圆形靶投掷飞镖, 飞镖落在靶外的概率为 0.1, 飞镖落在靶内的各个点是随机的。已知圆形靶中三个圆为同心圆, 半径分别为 30cm, 20cm, 10cm, 飞镖落在不同区域的环数如图所示, 则这个人投掷一次得到的环数为 8 环的概率是 (▲)



- A. 0.1 B. 0.3 C. 0.5 D. 0.2

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题~第 21 题为必考题,每个试题考生都必须做答。第 22~24 题为选考题,考生根据要求做答。

二、填空题 (本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 在 $(1+x+x^2)(1-x)^{10}$ 展开式中 x^4 的系数 ▲ (用数字作答)。

14. 在算式 “ $4 \times \square + 1 \times \square = 30$ ” 的两个 \square 中,分别填入两个自然数,使它们的倒数之和最小,则这两个数应分别为 ▲ 。

15. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列,且 $a_1 + a_{n+1} = 2$,

则 $C_n^0 a_1 + C_n^1 a_2 + C_n^2 a_3 + \cdots + C_n^n a_{n+1} =$ ▲ 。

16. 在计算 “ $1 \times 2 + 2 \times 3 + \cdots + n(n+1)$ ” 时,某同学学到了如下一种方法:

先改写第 k 项: $k(k+1) = \frac{1}{3}[k(k+1)(k+2) - (k-1)k(k+1)]$, 由此得

$$1 \times 2 = \frac{1}{3}(1 \times 2 \times 3 - 0 \times 1 \times 2),$$

$$2 \times 3 = \frac{1}{3}(2 \times 3 \times 4 - 1 \times 2 \times 3),$$

...

$$n(n+1) = \frac{1}{3}[n(n+1)(n+2) - (n-1)n(n+1)].$$

相加,得 $1 \times 2 + 2 \times 3 + \cdots + n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$.

类比上述方法,请你计算 “ $1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \cdots + n(n+1)(n+2)$ ”, 其结果为 ▲ 。

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程和演算步骤。

17. (本小题满分 12 分) 设复数 z 满足 $4z + 2\bar{z} = 3\sqrt{3} + i$, $\omega = \sin\theta - i\cos\theta$ 。

(I) 求 z 的值;

(II) 求 $|z - \omega|$ 的范围。

18. (本小题满分 12 分) 掷红、蓝两枚均匀的骰子, 观察正面向上的点数。

(I) 求点数不相同的概率;

(II) 已知点数不同, 求至少有一个是 6 点的概率。

19. (本小题满分 12 分) 已知 $f(x) = (1+2x)^m + (1+x)^n$ ($m, n \in N^*$) 的合并同类项的展开式中 x 的系数为 11。

(I) 求 $f(x)$ 的此展开式中 x^2 的系数的最小值;

(II) 在 (I) 的条件下, 求 $f(x)$ 的此展开式中 x 的偶数次幂项的系数之和。

20. (本小题满分 12 分) 甲、乙两人玩一种游戏: 甲从放有 x 个红球、 y 个白球、 z 个 ($x, y, z \geq 1, x + y + z = 10$) 黄球的箱子中任取一球, 乙从放有 5 个红球、3 个白球、2 个黄球的箱子中任取一球. 规定: 当两球同色时为甲胜, 当两球异色时为乙胜.
- (I) 用 x, y, z 表示甲胜的概率;
- (II) 假设甲胜时甲取红球、白球、黄球的得分分别为 1 分、2 分、3 分, 甲负时得 0 分, 求甲得分数 ξ 的概率分布, 并求 $E(\xi)$ 最小时的 x, y, z 的值.

21. (本小题满分 12 分) 已知 $a_n = A_n^1 + A_n^2 + \cdots + A_n^n$ (n 为所有正整数), 当 $n \geq 2$ 时, 求证:

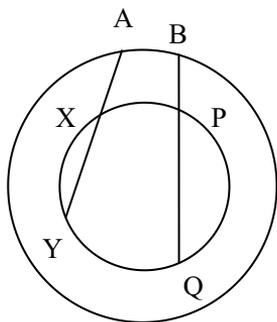
(I) $a_{n-1} + 1 = \frac{a_n}{n}$;

(II) $(1 + \frac{1}{a_1})(1 + \frac{1}{a_2})(1 + \frac{1}{a_3}) \cdots (1 + \frac{1}{a_n}) \leq 3 - \frac{1}{n}$.

请考生在第 22、23、24 三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所作的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) **选修 4-1: 几何证明选讲**

已知在以 O 为圆心的两个同心圆中, A, B 为大圆上的任意两个点, 过 A, B 作小圆的割线 AXY 和 BPQ , 求证: $AX \cdot AY = BP \cdot BQ$.



- 23 (本小题满分 10 分) **选修 4-4. 坐标系与参数方程**

已知椭圆的长轴长为 6, 焦距 $F_1F_2 = 4\sqrt{2}$, 过椭圆左焦点 F_1 作一直线, 交椭圆于两点 A, B , 设 $\angle F_2F_1M = \alpha (0 \leq \alpha < \pi)$, 当 α 为何值时, AB 与椭圆短轴长相等?

- 24 (本小题满分 10 分) **选修 4-5: 不等式选讲**

设 x, y, z 为正数, 证明: $2(x^3 + y^3 + z^3) \geq x^2(y+z) + y^2(x+z) + z^2(x+y)$.