三省三校文科数学试卷 2

一、选择题

1、设集合 $A=\left\{x\in Z\,\middle|\,x^2-2x\le 0\right\}$，$B=\{-1,0,1,2,3\}$，则 $A\cap B$=C

(A) $\{1\}$　　(B) $\{0,1\}$

(C) $\{0,1,2\}$　　(D) $\{2\}$

2、若复数 z 满足 $zi=2+4i$，则在复平面内，z 对应的点的坐标是（ C ）

（A） $(2,4)$　（B）$(2,-4)$　（C）$(4,-2)$　（D）$(4,2)$

3、已知 $2a_{n+1}+a_n=0$，$a_2=1$，则前 10 项和 S_{10} 为

（A）$\frac{4}{3}(2^{10}-1)$（B）$\frac{4}{3}(2^{-10}+1)$（C）$\frac{4}{3}(2^{-10}-1)$（D）$\frac{4}{3}(2^{10}+1)$

4、在 ΔABC 中，角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，$\cos A=\frac{1}{3}$，$\sin C=3\sin B$

且 $S_{\Delta ABC}=\sqrt{2}$，则 b 的值为　A

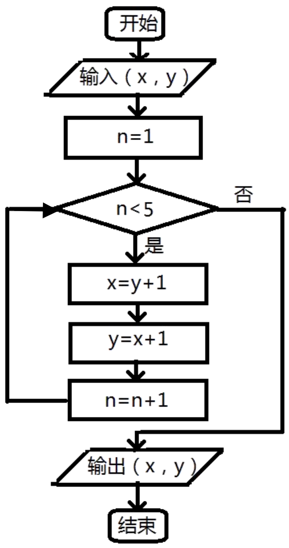
（A）1　（B）$2\sqrt{3}$　（C）$3\sqrt{2}$　（D）3

5、已知条件 p: $x\ge k$，条件 q：$\frac{3}{x+1}<1$，如果 p 是 q 的充分不必要条件，则 k 的取值范围是(　　)

A. [2，+∞)　B、[1，+∞)　C.（2，+∞)　D.（一∞，−1]

6、已知某算法的流程图如图所示，已知输入 $x=0,y=1$，则输出的（x，y）是（）

A、（7，8）　B、（9，10）　C、（5，6）　D、（8，7）



7、、已知 ΔABC，点 D、E 是 ABC 所在平面内的点，且满足 $2\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$，$2\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$ 则 $\overrightarrow{AE}=$（　　）

A. $\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$　　B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$　　D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

8、直线 m,n 不在平面 α,β 内，则下列命题中正确命题的个数是（　　）

①若 $m//n$ 且 $n//\alpha$，则 $m//\alpha$　　②若 $m//\beta$ 且 $\alpha//\beta$，则 $m//\alpha$

③若 $m\perp n$ 且 $n\perp\alpha$，则 $m//\alpha$　　④若 $m\perp\beta$ 且 $\alpha\perp\beta$，则 $m//\alpha$

（A）1　（B）2　（C）3　（D）4

9. 若 x,y 满足 $\begin{cases} x>0, y>0, \\ x-y-1<0, \\ x-2y+2>0, \end{cases}$ 则 $z=3x-4y$ 的最大值是（　　）

（A）0　　（B）3　　（C）4　　（D）5

10、已知函数 $f(x)$ 满足：①定义域为R；② $\forall x\in R$，有 $f(x+2)=f(x)$；③当 $x\in[0,2]$ 时，

$\varphi(x)=f(x)=2|x-1|$，设 $=f(x)\quad 2\ln x, x\in(0,8)$，根据以上信息，可以得到函数 $\varphi(x)$ 的零点个数为（　　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

11、已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，且 $|F_1F_2|=2c$，点 A 在椭圆上，

$\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{F_1F_2}=0$，$\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{AF_2}=c^2$，则椭圆的离心率 e 等于（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

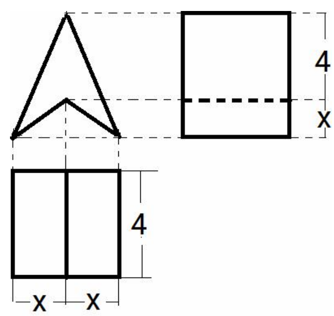
12、设函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，对任意 $x\in R$ 都有 $f'(x)>f(x)$ 成立，则（　　）

A．$f(\ln 2014)>2014f(0)$　　B．$f(\ln 2014)=2014f(0)$

C．$f(\ln 2014)<2014f(0)$　　D．$f(\ln 2014)$ 与 $2014f(0)$ 的大小不确定

二、填空题

13．某几何体的三视图如图所示，$x=1$，则该几何体的表面积为____________________



14、正四棱锥 $O-ABCD$（底面 $ABCD$ 正方形, 顶点 O 在底面的射影是底面的中）的所有棱长均为 1，则该四棱锥外接球体积为__$\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$__.

15、、已知函数 $f(x)=\begin{cases} \log_2(1-x)+1, -1\le x<k \\ x^3-3x+2, k\le x\le a \end{cases}$，若存在 k 使得函数的值域是 $[0,2]$，则

实数 a 的取值范围是________

16、对于函数 $f(x)=\sin x$， $g(x)=\cos x$， $h(x)=x-\dfrac{\pi}{3}$，有如下四个命题：

①$3f(x)-4g(x)$ 的最大值为 $\sqrt{2}$；

② $f\left[h(x)\right]$ 在区间 $\left(-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{6}\right)$ 上是增函数；

③ $g\left[f(x)\right]$ 是最小正周期为 2π 的周期函数；

④将 $g(x)$ 的图像向右平移 $\dfrac{\pi}{2}$ 个单位可得 $f(x)$ 的图像.

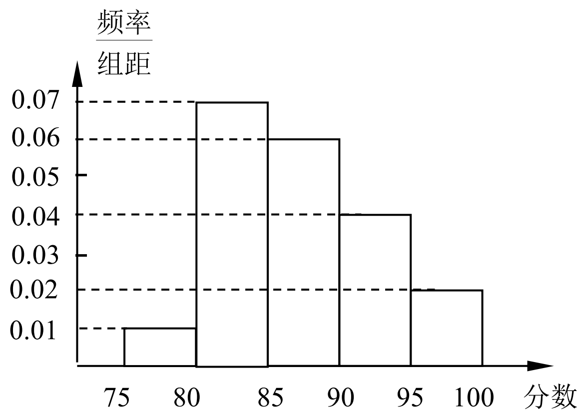
其中真命题的序号是________．②④

17. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，对任意的正整数 n，都有 $a_n=5S_n+1$ 成立.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $b_n=\log_4|a_n|$，求数列 $\left\{\dfrac{1}{b_nb_{n+1}}\right\}$ 前 n 项和 T_n.

18. 某个团购网站为了更好的满足消费者，对在其网站发布的团购产品展开了用户调查，每个用户在使用了团购产品后可以对该产品进行打分，打分的最高分是 100 分。上个月该网站共登出了 100 份团购产品，所有用户打分的平均分作为该产品的参考分值将这些产品按照成绩分成以下几组：第一组 $[75,80)$，第二组 $[80,85)$，第三组 $[85,90)$，第四组 $[90,95)$，第五组 $[95,100)$，得到的频率分布直方图如图所示.



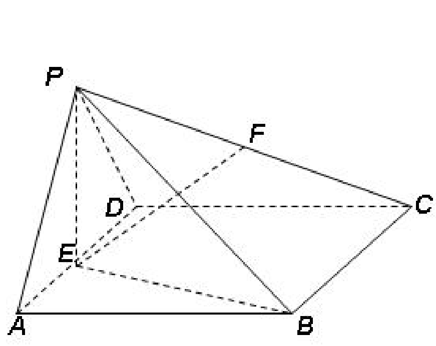
（1）分别求第 3，4，5 组的频数；

（2）该网站在得分较高的第 3,4,5 组中用分层抽样的方式抽取了 6 个产品作为下个月团购的特惠产品，某人决定在这 6 个产品中随机抽取 2 个，求他抽到的两个产品均来自第三组的概率.

19. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=PD=\sqrt{2}$，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形，$\angle A=60^{\circ}$，E 是 AD 的中点，F 是 PC 中点.

（I）求证：EF // 平面 PAB；

（Ⅱ）求三棱锥 $E-PBC$ 的高.



20.（本小题满分 12 分）已知椭圆 $C_1:\dfrac{y^2}{8}+\dfrac{x^2}{4}=1$，抛物线 C_2 的顶点在原点，焦点在 y 轴上，斜率为 1 的直线 l 过 C_2 的焦点与 C_2 交于 A,B 两点，且 $|AB|=32$.

(I)求 C_2 的标准方程;

(II)设斜率不为 0 的动直线 l 与 C_1 有且只有一个公共点 P，且与 C_2 的准线相交于点 Q，试探究：在 y 轴上是否存在定点 M，使得以 PQ 为直径的圆恒过点 M？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由。

21.已知函数 $f(x)=b\ln x$， $g(x)=ax^2-x\,(a\in \mathrm{R})$.

（Ⅰ）若曲线 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在公共点 $A(1,0)$ 处有相同的切线，求实数 a 、 b 的值；

（Ⅱ）在（Ⅰ）的条件下，证明 $f(x)\le g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立；

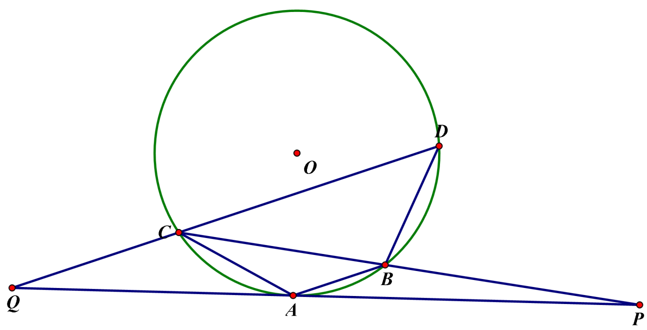
（Ⅲ）若 $a=1$， $b>2\mathrm{e}$，求方程 $f(x)-g(x)=x$ 在区间 $(1,\mathrm{e}^b)$ 内实根的个数（**e**为自然

对数的

底数）.

22、选修 4—1：几何证明选讲

已知 PQ 与圆 O 相切于点 A，PBC 交圆于 B，C 两点，D 是圆上一点，满足 AB//CD，DC 的延长线交 PQ 于点 Q，



（Ⅰ）求证： $AC^2=AQ\cdot AD$

（Ⅱ）若 AQ=2AP，AB= $\sqrt{3}$，BP=2，求四边形 ABDC

的面积

23. 选修4—4，参数方程

已知曲线C_1的参数方程是$\begin{cases}x=\sin^2\theta+\cos^2\theta,\\ y=2t\sin\theta\cos\theta.\end{cases}$ $(t>0,\ \frac{\pi}{12}\le\theta\le\frac{3\pi}{8}$，$\theta$为参数)，曲线$C_2$的极坐标方程是$\rho=2\cos\theta+4\sin\theta$.

（Ⅰ）求曲线C_1的普通方程和C_2的直角坐标方程;

（Ⅱ）若曲线C_1与曲线C_2没有公共点，求实数t的取值范围.

解:（I）$x=\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，$y=2t\sin\theta\cos\theta=t\sin2\theta$.

又$\because\frac{\pi}{12}\le\theta\le\frac{3\pi}{8}$　$\therefore\frac{\pi}{6}\le2\theta\le\frac{3\pi}{4}$　$\therefore\frac{1}{2}\le\sin2\theta\le1$

$\because t>0$，$\therefore\frac{1}{2}t\le y\le t$

所以曲线C_1的普通方程为$x=1$ $(\frac{1}{2}t\le y\le t)$

$\because$ $\rho=2\cos\theta+4\sin\theta$ $\therefore\rho^2=2\rho\cos\theta+4\rho\sin\theta$

$\therefore$ $x^2+y^2=2x+4y$，

所以曲线C_2的直角坐标方程为$(x-1)^2+(y-2)^2=5$.

（II）由（I）知曲线C_2过$(1,\ 2+\sqrt{5})$和$(1,\ 2-\sqrt{5})$，$\because t>0$

所以由曲线C_1与曲线C_2没有公共点可得：$\frac{1}{2}t>2+\sqrt{5}$，或$0<t<2+\sqrt{5}$

$\therefore t>4+2\sqrt{5}$，或$0<t<2+\sqrt{5}$.

选修4—5，不等式

24. 已知实数a,b,c满足$a^2+b^2+c^2=1$.

（Ⅰ）求$a+b+c$的取值范围;

（Ⅱ）若不等式$|x-1|+|x+1|\ge(a+b+c)^2$对一切实数a,b,c恒成立，求实数x的取值范围.

解:（Ⅰ）$\because(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

又 $\because$ $2ab\le a^2+b^2;\ 2bc\le b^2+c^2;\ 2ac\le a^2+c^2$

$\therefore (a+b+c)^2 \le 3(a^2+b^2+c^2)=3$

即 $-\sqrt{3} \le a+b+c \le \sqrt{3}$.

$a+b+c$ 的取值范围是 $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$

（Ⅱ）若不等式 $|x-1|+|x+1| \ge (a+b+c)^2$ 对一切实数 a, b, c 恒成立，

则 $|x-1|+|x+1| \ge 3$，解集为：$(-\infty,-\frac{1}{2}]\cup[\frac{3}{2},+\infty)$

17. 解：（Ⅰ）当 $n=1$ 时， $a_1=5S_1+1, \therefore a_1=-\frac{1}{4}$

又 $\because a_n=5S_n+1, a_{n+1}=5S_{n+1}+1$

$\therefore a_{n+1}-a_n=5a_{n+1}$, 即 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=-\frac{1}{4}$

$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 是首项为 $a_1=-\frac{1}{4}$，公比为 $q=-\frac{1}{4}$ 的等比数列，

$\therefore a_n=(-\frac{1}{4})^n$

（Ⅱ） $b_n=\log_4\left|(-\frac{1}{4})^n\right|=-n$，所以 $\frac{1}{b_nb_{n+1}}=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$

$T_n=(1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+\cdots+(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})=1-\frac{1}{n+1}$

19. 解：(Ⅰ)取 BC 中点 G，连结 G E，GF.

则 GF//PB，EG//AB，

又 $GF\cap EG=G$

∴平面 EFG//平面 PAB

∴EF//平面 PAB

（Ⅱ）∵AD∥BC ∴ AD∥平面 PBC

∴A 到平面 PBC 的距离等于 E 到平面 PBC 的距离.

由（1） $\left.\begin{array}{l} AE\perp BE \\ AE\perp PE \\ BE\cap PE=E \end{array}\right\} \Rightarrow$ AE⊥平面 PBE

$\therefore \left.\begin{array}{l} BC\perp 平面PBE \\ BC\subset 平面PBC \end{array}\right\} \Rightarrow$ 平面 PBE⊥平面 PBC

又平面 PBE∩平面 PBC=PB

作 EO⊥PB 于 O,则 EO 是 E 到平面 PBC 的距离.

且 PE= $\sqrt{PA^2-AE^2}=1, BE=\sqrt{3}$ ∴PB=2.

由 $\frac{1}{2}EO\cdot PB=\frac{1}{2}PE\cdot EB$ $\therefore EO=\frac{PE\cdot EB}{PB}=\frac{1\times\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

21. 解：（Ⅰ） $f'(x)=\frac{b}{x}$， $g'(x)=2ax-1$.

∵曲线 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在公共点 $A(1,0)$ 处有相同的切线

∴ $\begin{cases} f(1)=b\ln 1=0 \\ g(1)=a-1=0 \\ b=2a-1 \end{cases}$， 解得， $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$.

（Ⅱ）设 $F(x)=f(x)-g(x)=\ln x-(x^2-x)$，

则 $F'(x)=\frac{1}{x}-2x+1=\frac{-(2x+1)(x-1)}{x}$，

∴当 $0<x<1$ 时， $F'(x)>0$；当 $x>1$ 时， $F'(x)<0$， 即 $F(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，

在 $(1,+\infty)$ 上单调递减.

∴ $F(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的最大值为 $F(1)=0$.

∴ $F(x)=f(x)-g(x)\le 0$， 即 $f(x)\le g(x)$.

（Ⅲ）原方程可化为 $b\ln x-x^2=0$

令 $G(x)=b\ln x-x^2$， 则 $G'(x)=\frac{b-2x^2}{x}$ ，由 $G'(x)=0$ 得 $x=\pm\sqrt{\frac{b}{2}}$

∵ $x\in(1,e^b)$ 且 $b>2e$， ∴ 显然得到 $\sqrt{\frac{b}{2}}>\sqrt{e}>1$， $e^b>\sqrt{\frac{b}{2}}$

∴由 $G'(x)>0$ 得 $1<x<\sqrt{\frac{b}{2}}$， $G'(x)<0$，得 $\sqrt{\frac{b}{2}}<x<e^b$

∴ $G(x)$ 在 $(1,\sqrt{\frac{b}{2}})$ 上单调递增，在 $(\sqrt{\frac{b}{2}}, e^b)$ 上单调递减

∴当 $x=\sqrt{\frac{b}{2}}$ 时， $G_{\max}(x)=b\ln\sqrt{\frac{b}{2}}-\frac{b}{2}=\frac{b}{2}\ln\frac{b}{2}-\frac{b}{2}=\frac{b}{2}(\ln\frac{b}{2}-1)$

∵ $b>2e$， ∴ $\frac{b}{2}>e$， ∴ $\ln\frac{b}{2}>\ln e=1$， ∴ $G(\sqrt{\frac{b}{2}})>0$

又$\because$ $\boldsymbol{G(1) = -1 < 0}$ $\boldsymbol{G(e^b) = b\ln e^b - e^{2b} = b^2 - e^{2b} = (b + e^b)(b - e^b) < 0}$

$\therefore$ 方程 $f(x) - g(x) = x$ 在区间 $(1, e^b)$ 内有两个实根