

高一中美班数学试卷

考试时间：120 分钟 试题满分：150 分

命题人：许元敏 校对：人：陈树军

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1 已知 $\tan \alpha = 2$ ，则 $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = ()$

- A 2 B 3 C 4 D 5

2 为得到函数 $y = \cos(x + \frac{\pi}{3})$ 的图像，只需将函数 $y = \sin x$ 的图像 ()

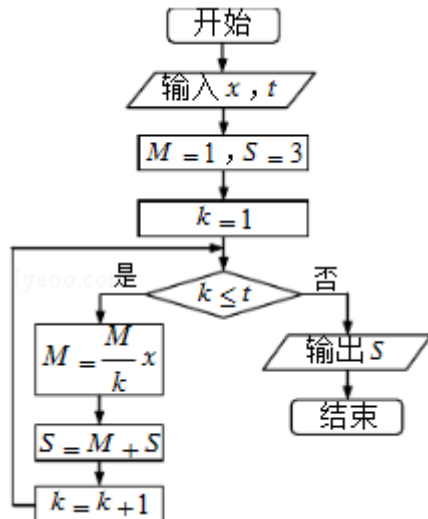
A 向左平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位 B 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位

C 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位 D 向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位

3 已知函数 $f(x) = \sin(\pi x - \frac{\pi}{2})$ ，下列命题正确的是 ()

- A $f(x)$ 是周期为 1 的奇函数 B $f(x)$ 是周期为 2 的偶函数
C $f(x)$ 是周期为 1 的非奇非偶函数 D $f(x)$ 是周期为 2 的非奇非偶函数

4 执行如图所示的程序框图，若输入的 x, t 均为 2，则输出的 $S = ()$



- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

5 函数 $f(x) = 4\sin x \cos x$ 的最小值为 ()

- A 4 B -4 C -2 D -1

6 已知 $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ ， $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ ，那么 $\cos \frac{\alpha}{2}$ 的值为 ()

- A $\frac{\sqrt{6}}{6}$ B $-\frac{\sqrt{6}}{6}$ C $\frac{\sqrt{30}}{6}$ D $-\frac{\sqrt{30}}{6}$

7 设有一个回归方程 $y = 2 - 2.5x$ ，变量 x 增加一个单位时，变量 y ()

- A 平均增加 1.5 个单位 B 平均增加 2 个单位
C 平均减少 2.5 个单位 D 平均减少 2 个单位

8 某人射击 4 枪，命中 3 枪，3 枪中有且只有 2 枪连中的概率是 ()

- A $\frac{3}{4}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{2}$

9 已知向量 $\vec{a} = (-1, 3)$ ， $\vec{b} = (1, k)$ ，若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则实数 k 的值是 ()

- A 3 B -3 C $\frac{1}{3}$ D $-\frac{1}{3}$

10 若平面向量 $\vec{b}$ 与向量 $\vec{a} = (-1, 2)$ 的夹角是 180° ，且 $|\vec{b}| = 3\sqrt{5}$ ，则 $\vec{b} =$ ()

- A $(-3, 6)$ B $(3, -6)$ C $(6, -3)$ D $(-6, 3)$

11 已知向量 $\vec{a} = (2, 1)$ ， $\vec{b} = (3, 4)$ ，则向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 方向上的正射影的数量为 ()

- A $2\sqrt{5}$ B $\sqrt{5}$ C 2 D 10

12 一只蚂蚁在三边长分别为 3, 4, 5 的三角形内爬行，某时刻此蚂蚁距离三角形三个顶点距离均超过 1 的概率为 ()

- A $1 - \frac{\pi}{6}$ B $1 - \frac{\pi}{12}$ C $\frac{\pi}{6}$ D $\frac{\pi}{12}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分

13 某市派出甲乙两支球队参加全省足球冠军赛。甲乙两队夺得冠军的概率分别是 $\frac{3}{5}$ 和 $\frac{1}{3}$ ，则

该市足球队夺得全省足球冠军的概率为_____

14 一支田径队有男女运动员 98 人，其中男运动员有 56 人。按男女比例用分层抽样的方法，从全体运动员中抽出一个容量为 28 的样本，那么应抽取女运动员人数是_____

15 已知 $\vec{a} = (1, 1)$ ，则与 $\vec{a}$ 反向的单位向量是_____

16 求值： $\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3} \tan 20^\circ \tan 40^\circ =$ _____

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17 (本小题满分 10 分)

将一颗质地均匀的正方体骰子先后抛掷两次，记第一次出现的点数为 x ，第二次出现的点数为 y 。

(1) 求事件“ $x + y < 4$ ”的概率；

(2) 求事件“ $|x - y| = 3$ ”的概率

18 (本小题满分 12 分)

袋中有红、黄、白 3 种颜色的球各 1 只，从中每次任取 1 只，有放回的抽取 3 次，求：(1) 3 只全是红球的概率；

(2) 3 只颜色全不相同的概率。

19 (本小题满分 12 分)

某工厂为了对新研发的一种产品进行合理定价，将该产品按事先拟定的价格进行试销，得到如下数据：

单价 x (元)	8	8.2	8.4	8.6	8.8	9
销量 y (件)	90	84	83	80	75	68

(1) 求线性回归方程 $y = \hat{b}x + a$ ；

(2) 预计在今后的销售中，销量与单价仍然服从(1)中的关系，且该产品的成本是3.5元/件，为使工厂获得最大利润，该产品的单价应定为多少元？

(利润=销售收入-成本)

(参考公式与数据： $\sum_{i=1}^6 x_i y_i = 4066$ ， $\sum_{i=1}^6 x_i^2 = 434.2$ ， $\sum_{i=1}^6 x_i = 51$ ， $\sum_{i=1}^6 y_i = 480$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad a = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$$

20 (本小题满分 12 分)

已知 $\cos(x + \frac{\pi}{6}) = \frac{3}{5}$ ， $x \in (0, \pi)$ ， 求 $\sin x$ 的值

21 (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4})$ ， $x \in R$ ， 求 (1) 函数 $f(x)$ 的最小正周期和单调递增区间

(2) 求 $f(x)$ 的对称轴方程和值域

22 (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (\sin x + \cos x)^2 + \cos 2x$ ， 求 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值