

2017-2018 学年度第一学期第一次调研考试 (7 月)

高三数学试卷 (理)

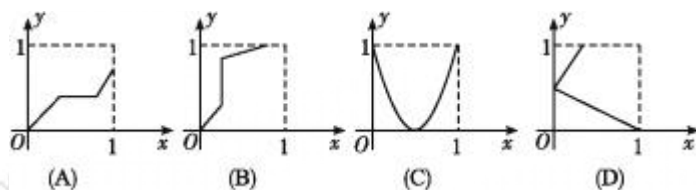
注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分。答卷前, 考生务必将自己的姓名、座位号填写在本试卷和答题卡相应位置上。
2. 回答第 I 卷时。选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第 II 卷时。将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

(第 I 卷选择题共 60 分)

一. 选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 下列图象可以表示以 $M = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 为定义域, 以 $N = \{y | 0 \leq y \leq 1\}$ 为值域的函数的是 ()



2. 已知集合 $M = \{y | y = 2^x, x > 0\}$, $N = \{x | y = \lg(2x - x^2)\}$, 则 $M \cap N$ 为 ()

- A. $(1, 2)$ B. $(1, +\infty)$ C. $[2, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

3. 设命题 $p: a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; $q: \text{若 } \frac{1}{ab} < 0, \text{ 则 } ab < 0$. 给出以下 3 个命题: ① $p \wedge q$;

② $p \vee q$; ③ $(\neg p) \wedge (\neg q)$. 其中真命题的个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4. 下列函数与 $y = x$ 有相同图象的一个函数是 ()

- A. $y = (\sqrt{x})^2$ B. $y = \frac{x^2}{x}$ C. $y = a^{\log_a x}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) D. $y = \log_a a^x$

5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 2 \\ 3-x, & x \leq 2 \end{cases}$, 则 $f(f(-1))$ 的值为 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

6. 设 $p: f(x) = x^3 + 2x^2 + mx + 1$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内单调递增, $q: m > \frac{4}{3}$, 则 p 是 q 的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 充要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
7. 命题 “ $\exists x_0 \in N, x_0^2 + 2x_0 \geq 3$ ” 的否定为 ()
- A. $\exists x_0 \in N, x_0^2 + 2x_0 \leq 3$ B. $\forall x \in N, x^2 + 2x \leq 3$
C. $\exists x_0 \in N, x_0^2 + 2x_0 < 3$ D. $\forall x \in N, x^2 + 2x < 3$
8. 已知函数 $f(x)$ 是 R 上的偶函数, 且满足 $f(x+2) = -f(x)$, 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = 2-x$, 则 $f(2016) + f(-2017)$ 的值为 ()
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
9. 已知奇函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 且 $f(2) = 0$, 则不等式 $\frac{f(-x) - f(x)}{2x} \geq 0$ 的解集为
- A. $[-2, 0) \cup (0, 2]$ B. $[-2, 0) \cup [2, +\infty)$
C. $(-\infty, 2] \cup (0, 2]$ D. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$
10. 将函数 $f(x) = \log_3 x$ 的图象上每一点向右平移 1 个单位, 再向上平移 1 个单位得到 $y = h(x)$ 的图象, 则的解析式是 $h(x) =$ ()
- A. $-1 + \log_3 x$ B. $1 + \log_3 x$ C. $\log_3 3x - 3$ D. $\log_3 (3x - 3)$
11. 奇函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 若 $f(x+2)$ 为偶函数, 且 $f(1) = 1$, 则 $f(8) + f(9) =$ ()
- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1
12. 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的增函数, 函数 $y = f(x-1)$ 的图象关于点 $(1, 0)$ 对称, 若对任意的 $x, y \in R$, 等式 $f(y-3) + f(\sqrt{4x-x^2-3}) = 0$ 恒成立, 则 $\frac{y}{x}$ 的取值范围是 ()
- A. $[2 - \frac{2}{3}\sqrt{3}, 2 + \frac{2}{3}\sqrt{3}]$ B. $[1, 2 + \frac{2}{3}\sqrt{3}]$
C. $[2 - \frac{2}{3}\sqrt{3}, 3]$ D. $[1, 3]$

(第 II 卷 非选择题共 90 分)

二. 填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分。

13. 规定记号“ $\otimes$ ”表示一种运算, 即 $a \otimes b = ab + a + b^2$ (a, b 为正实数), 若 $1 \otimes k = 3$, 则 k 的值为_____.

14. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + 1$ ($a, b \in \mathbb{R}$), $x \in \mathbb{R}$, 若函数 $f(x)$ 的最小值为 $f(-1) = 0$, 则 $f(x) =$ _____.

15. 已知 $f\left(\frac{x}{1+x}\right) = x$, 则 $f(-1) =$ _____.

16. 下列命题中:

①若集合 $A = \{x | kx^2 + 4x + 4 = 0\}$ 中只有一个元素, 则 $k = 1$;

②已知函数 $y = f(3^x)$ 的定义域为 $[-1, 1]$, 则函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 0]$;

③函数 $y = \frac{1}{1-x}$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数;

④方程 $2^{|x|} = \log_2(x+2) + 1$ 的实根的个数是 2.

所有正确命题的序号是_____ (请将所有正确命题的序号都填上)

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17 (本小题满分 12 分) 设全集是实数集 $\mathbb{R}$, $A = \{x | 2x^2 - 7x + 3 \leq 0\}$, $B = \{x | x^2 + a < 0\}$.

(1) 当 $a = -4$ 时, 求 $A \cap B$ 和 $A \cup B$;

(2) 若 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B = B$, 求实数 a 的取值范围.

18 (本题满分 12 分) 设命题 $P: |2^x - 3| \leq 1$; 命题 $q: \lg^2 x - (2t+1)\lg x + t(t+1) \leq 0$.

(1) 若命题 q 所表示不等式的解集为 $A = \{x | 10 \leq x \leq 100\}$, 求实数 t 的值;

(2) 若 $\neg P$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件, 求实数 t 的取值范围.

19 (本题满分 12 分) 为振兴铜仁发展, 我市 2016 年计划投入专项资金加强红色文化基础设施改造. 据

调查，改造后预计我市在一个月內（以 30 天记），红色文化旅游人数 $f(x)$ （万人）与日期 x （日）

的函数关系近似满足： $f(x) = 3 - \frac{1}{20}x$ ，人均消费 $g(x)$ （元）与日期 x （日）的函数关系近似满足： $g(x) = 60 - |x - 20|$ 。

（1）求我市旅游日收入 $p(x)$ （万元）与日期 x （ $1 \leq x \leq 30, x \in \mathbb{N}^*$ ）的函数关系式；

（2）当 x 取何值时，该市旅游日收入 $p(x)$ 最大。

20. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (x-a)^2 - 1, & x \geq 0 \\ -(x-b)^2 + 1, & x < 0 \end{cases}$ ，其中 $a, b \in \mathbb{R}$ 。

（I）当 $a < 0$ 时，且 $f(x)$ 为奇函数，求 $f(x)$ 的表达式；

（II）当 $a > 0$ 时，且 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上单调递减，求 $b - a$ 的值。

21. 已知 $f(\log_2 x) = ax^2 - 2x + 1 - a$ ， $a \in \mathbb{R}$ 。

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）解关于 x 的方程 $f(x) = (a-1) \cdot 4^x$

22. （本题满分 12 分）

已知函数 $f(x)$ 对任意实数 x, y 恒有 $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 且当 $x > 0$ ， $f(x) < 0$ 。又 $f(1) = -2$ 。

（1）判断 $f(x)$ 的奇偶性；

（2）求 $f(x)$ 在区间 $[-3, 3]$ 上的最大值；

（3）解关于 x 的不等式 $f(ax^2) - 2f(x) < f(ax) + 4$ 。

学科网 ZXXK.COM

学科网 ZXXK.COM

学科网 ZXXK.COM

学科网 ZXXK.COM

学科网 ZXXK.COM

学科网 ZXXK.COM

学科网 ZXXK.COM

学科网 ZXXK.COM

高三数学第一次月考数学(理)参考答案

一、选择题：(每小题 5 分，共 60 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	A	B	D	D	A	D	D	A	D	D	C

二、填空题：(每小题 5 分，共 20 分)

13. 1, 14. $a = 1, b = 2$. 15. $-\frac{1}{2}$ 16. 3, 4

三、解答题：

17. 解：(I) $\because A = \{x | \frac{1}{2} \leq x \leq 3\}$, 当 $a = -4$ 时, $B = \{x | -2 < x < 2\}$,

$\therefore A \cap B = \{x | \frac{1}{2} \leq x < 2\}$, $A \cup B = \{x | -2 < x \leq 3\}$5 分

(2) $C_R A = \{x | x < \frac{1}{2} \text{ 或 } x > 3\}$, 因为 $(C_R A) \cap B = B$, 所以 $B \subseteq C_R A$,

①当 $B = \emptyset$, 即 $a \geq 0$ 时, 满足 $B \subseteq C_R A$,

②当 $B \neq \emptyset$, 即 $a < 0$ 时, $B = \{x | -\sqrt{-a} < x < \sqrt{-a}\}$,

要使 $B \subseteq C_R A$, 需 $\sqrt{-a} \leq \frac{1}{2}$, 解得 $-\frac{1}{4} \leq a < 0$

综上可得, 实数 a 的取值范围是 $a \geq -\frac{1}{4}$10 分

18. (1) $t = 1$; (2) $\lg 2 - 1 \leq t \leq 0$

【解析】

试题分析：(1) 由题意可知 $q: (\lg x - t)[\lg x - (t+1)] \leq 0$, $\therefore t \leq \lg x \leq t+1$, 又因为解集为 $A = \{x | 10 \leq x \leq 100\}$, 即可求出结果；(2) 设命题 p 表示的集合为 $M = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$, 设命题 q

表示的集合为 $N = \{x | 10^t \leq x \leq 10^{t+1}\}$, 由已知, $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件, 则 p 是 q 的充分不必要条件,

可知 $M \subset N$, 据此列出不等式, 即可求出结果.

试题解析：(1) $q: (\lg x - t)[\lg x - (t+1)] \leq 0$, $\therefore t \leq \lg x \leq t+1$,

∴解集为 $A = \{x | 10 \leq x \leq 100\}$, ∴ $t = 1$.

(2) 设命题 P 表示的集合为 $M = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$, 设命题 q 表示的集合为 $N = \{x | 10^t \leq x \leq 10^{t+1}\}$,
由已知, $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件, 则 p 是 q 的充分不必要条件,

∴ $M \subset N$,

$$\therefore \begin{cases} 10^t \leq 1 \\ 10^{t+1} \geq 2 \Rightarrow \lg 2 - 1 \leq t \leq 0 \end{cases}$$

$$19. (1) \quad p(x) = \begin{cases} -\frac{1}{20}x^2 + x + 120 & (1 \leq x < 20, x \in \mathbb{N}) \\ \frac{1}{20}x^2 - 7x + 240 & (20 \leq x \leq 30, x \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

(2) 当 $x=10$ 时 $p(x)_{\max} = 125$

【解析】

试题分析: (1) 根据条件建立函数关系即可得到结论.

(2) 根据分段函数的表达式, 判断函数的单调性即可求出函数的最值.

$$\text{解: (1)} \quad g(x) = \begin{cases} 40+x & (1 \leq x < 20, x \in \mathbb{N}) \\ 80-x & (20 \leq x \leq 30, x \in \mathbb{N}) \end{cases} \quad (3 \text{ 分})$$

$$p(x) = f(x) \cdot g(x),$$

$$p(x) = \begin{cases} -\frac{1}{20}x^2 + x + 120 & (1 \leq x < 20, x \in \mathbb{N}) \\ \frac{1}{20}x^2 - 7x + 240 & (20 \leq x \leq 30, x \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

(2) 由 (1) 可知, $p(x)$ 在 $[1, 10]$ 上为增函数, 在 $[10, 20)$ 上为减函数

当 $x \in [1, 20)$ 时, $p(x)_{\max} = p(10) = 125$

因为 $p(x)$ 在 $[20, 30]$ 上为减函数,

所以当 $x \in [20, 30]$ 时, $p(x)_{\max} = p(20) = 120$

综上所述, 当 $x=10$ 时 $p(x)_{\max} = 125$

20. 解: (I) 因为 $f(x)$ 为奇函数, 所以 $f(0)=0$, 即 $a^2 - 1 = 0$, 结合 $a < 0$ 得 $a = -1$

所以当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = (x+1)^2 - 1$, -----2 分

所以当 $x < 0$ 时, $f(x) = -f(-x) = -[(-x+1)^2 - 1] = -(x-1)^2 + 1$, 所以 $b=1$, -----2 分

$$\text{综上: } f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 - 1, & x \geq 0 \\ -(x-1)^2 + 1, & x < 0 \end{cases} \quad \text{-----1 分}$$

(II) 因为 $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上单调递减, 则有 $\begin{cases} a \geq 1 \\ b \leq -1 \\ a^2 - 1 \leq 1 - b^2 \end{cases}$ -----3 分

解得 $a=1, b=-1$, 所以 $b-a=-2$ -----2 分

21. 解: (1) 令 $\log_2 x = t$ 即 $x = 2^t$, 则 $f(t) = a \cdot (2^t)^2 - 2 \cdot 2^t + 1 - a$

即 $f(x) = a \cdot 2^{2x} - 2 \cdot 2^x + 1 - a, x \in R$

(2) 由 $f(x) = (a-1) \cdot 4^x$ 化简得: $2^{2x} - 2 \cdot 2^x + 1 - a = 0$ 即 $(2^x - 1)^2 = a$

当 $a < 0$ 时, 方程无解 当 $a \geq 0$ 时, 解得 $2^x = 1 \pm \sqrt{a}$

若 $0 \leq a < 1$, 则 $x = \log_2(1 \pm \sqrt{a})$ 若 $a \geq 1$, 则 $x = \log_2(1 + \sqrt{a})$

22. 解 (1) 取 $x = y = 0$, 则 $f(0+0) = 2f(0) \therefore f(0) = 0$

取 $y = -x$, 则 $f(x-x) = f(x) + f(-x)$

$\therefore f(-x) = -f(x)$ 对任意 $x \in R$ 恒成立 $\therefore f(x)$ 为奇函数.4 分

(2) 任取 $x_1, x_2 \in (-\infty, +\infty)$ 且 $x_1 < x_2$, 则 $x_2 - x_1 > 0$

$\therefore f(x_2) + f(-x_1) = f(x_2 - x_1) < 0$

$\therefore f(x_2) < -f(-x_1)$, 又 $f(x)$ 为奇函数 $\therefore f(x_1) > f(x_2)$

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数.

$\therefore$ 对任意 $x \in [-3, 3]$, 恒有 $f(x) \leq f(-3)$

而 $f(3) = f(2+1) = f(2) + f(1) = 3f(1) = -2 \times 3 = -6$

$\therefore f(-3) = -f(3) = 6 \therefore f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的最大值为 68 分

(3) $\because f(x)$ 为奇函数, $\therefore$ 整理原式得 $f(ax^2) + f(-2x) < f(ax) + f(-2)$

进一步可得 $f(ax^2 - 2x) < f(ax - 2)$

而 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数, $\therefore ax^2 - 2x > ax - 2$

$\therefore (ax - 2)(x - 1) > 0$.

$\therefore$ 当 $a = 0$ 时, $x \in (-\infty, 1)$

当 $a = 2$ 时, $x \in \{x \mid x \neq 1 \text{ 且 } x \in R\}$

当 $a < 0$ 时, $x \in \{x \mid \frac{2}{a} < x < 1\}$

当 $0 < a < 2$ 时, $x \in \{x \mid x > \frac{2}{a} \text{ 或 } x < 1\}$

当 $a > 2$ 时, $x \in \{x \mid x < \frac{2}{a} \text{ 或 } x > 1\}$ 12 分