2007--2008 学年度下学期期末考试

数学(理科)试卷　高二

考试时间:120 分钟　　　试题满分:150 分

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 在自然数集 N 、整数集 Z 、有理数集 Q 和无理数集四个数集中,对四则运算封闭的有

(A) 1个　　(B) 2 个　　(C) 3 个　　(D) 4 个

2. 设 z_1 、 z_2 分别是复数 $\sqrt{2}+\sqrt{3}i$ 的相反数、共轭复数,则 $z_1\cdot z_2+z_1-z_2$ 等于

(A) $-5-2\sqrt{2}$　　(B) $5+2\sqrt{2}$　　(C) $5-2\sqrt{2}$　　(D) $-5+2\sqrt{2}$

3. $\dfrac{2-i}{1-i+\dfrac{1}{1+i}}$ 等于

(A) $\dfrac{1}{3}-i$　　(B) $\dfrac{1}{3}+i$　　(C) $1-\dfrac{1}{3}i$　　(D) $1+\dfrac{1}{3}i$

4. 下列四个说法:

①归纳推理是根据一类事物的部分对象具有某种性质,推出这类事物的所有对象都具有这种性质的推理;

②归纳推理的前提与结论只具有或然性联系,结论不一定正确;结论的正确性还需要理论证明或实践检验;

③类比推理的一般步骤是:首先通过观察个别情况发现某些相同性质,再从已知的相同性质中推出一个明确表述的一般性命题(猜想);

④类比所得的结论未必是正确的,但它所具有的由特殊到一般的认识功能,对于发现新的规律和事实却是十分有用的;

其中,正确说法的个数是

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

5. 对于线性相关系数 r ,叙述正确的是

(A) $|r|\in(0,+\infty)$, $|r|$ 越大,相关程度越强; $|r|$ 越小,相关程度越弱

(B) $|r|\in(0,+\infty)$, $|r|$ 越大,相关程度越弱; $|r|$ 越小,相关程度越强

(C) $|r|\le 1$, $|r|$ 越接近于 1 ,相关程度越强; $|r|$ 越接近于 0 ,相关程度越弱

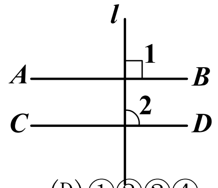
(D) $|r|\le 1$, $|r|$越接近于1, 相关程度越弱; $|r|$越接近于0, 相关程度越强

6. 在数学证明中, ①假言推理、②三段论推理、③传递性关系推理、④完全归纳推理, 是经常使用的四种演绎推理规则. 下面推理过程使用到上述推理规则中的

$\because l \perp AB \qquad \therefore \angle 1 = 90^\circ$

又$\because AB \parallel CD \qquad \therefore \angle 1 = \angle 2$

$\therefore \angle 2 = 90^\circ$



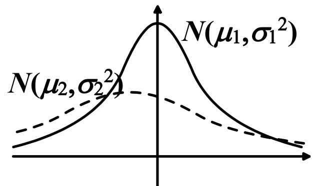
(A) ①②③ (B) ②③④ (C) ②③ (D) ①②③④

7. 下面是一个2×2列联表, 则表中a、c处的值分别为

(A) $98,28$ (B) $28,98$ (C) $48,45$ (D) $45,48$

	y_1	y_2	总计
x_1	a	25	73
x_2	21	b	c
总计	d	49	

第 7 题



第 8 题

8. 正态分布$N(\mu_1,\sigma_1^{\ 2})$ $(\sigma_1>0)$和$N(\mu_2,\sigma_2^{\ 2})$ $(\sigma_2>0)$密度函数图象如图所示(相应的曲线依次是实线、虚线), 则

(A) $\mu_1>\mu_2,\sigma_1>\sigma_2$ (B) $\mu_1<\mu_2,\sigma_1>\sigma_2$ (C) $\mu_1>\mu_2,\sigma_1<\sigma_2$ (D) $\mu_1<\mu_2,\sigma_1<\sigma_2$

9. A、B、C、D、E、F 六位同学站成一排, A、B 两人相邻, 且 A、B 两人都不与 C 相邻的不同排法数为

(A) 288 (B) 144 (C) 72 (D) 24

10. 圆周上两个点所连的弦将圆的内部分成两部分, 3 个点所连的弦最多把圆的内部分成 4 部分, 4 个点所连的弦最多把圆的内部分成 8 部分, 5 个点所连的弦最多把圆的内部分成 16 部分, 6 个点所连的弦最多把圆的内部分成的部分数为

(A) 30 (B) 31 (C) 32 (D) 33

11. 有K个袋子, 每袋中有n个白球m个是黑的. 现从第1袋中摸出一球放入第2个袋中, 再从第2袋中摸出一球放入第3个袋中, 这样一直下去, 直到从第K袋中摸出一球. 设最后摸出的是黑球的概率为P, 则

(A) $P<\dfrac{m}{m+n}$ (B) $P=\dfrac{m}{m+n}$ (C) $P>\dfrac{m}{m+n}$ (D) 以上都不对

12. 将 12 种不同的颜色涂在正方体的 12 条棱上, 每条棱涂一种颜色, 每种颜色涂一条棱, 则不同的涂法数为

(A) A_{12}^{12} (B) $\dfrac{A_{12}^{12}}{2}$ (C) $\dfrac{A_{12}^{12}}{6}$ (D) $\dfrac{A_{11}^{11}}{2}$

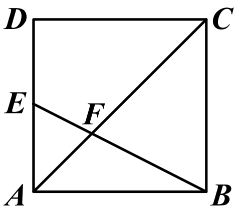
二.填空题：本大题共设A、B、C、D四组题,每组3小题,共计12小题.考生选择两组作答,共计解答6小题.每小题4分,共24分.

A组:(几何证明选讲)

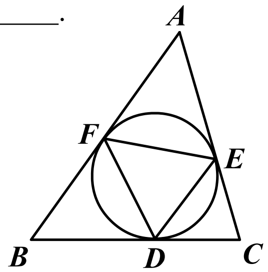
A-1.如图,在正方形 $ABCD$ 中, E 是 AD 的中点, BE 与 AC 交于点 F ,则 ΔBCF 与四边形 $CFED$ 的面积之比为____________.

A-2.如图, ΔABC 的内切圆与 ΔABC 的切点分别为 D 、 E 、 F .若 $\angle A=60°$,则 $\angle EDF=$ ____________.

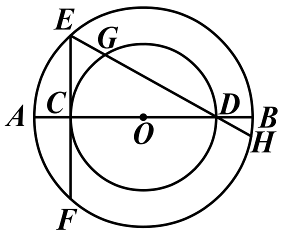
A-3.如图,在两个同心圆中, AB 是大圆的直径,大圆的弦 EF 是小圆的切线, $OA=6$, $AC=2$.则 $EC=$ ____________.



第A-1题



第A-2题



第A-3题

B组:(矩阵与变换)

B-1.已知 $A=\begin{pmatrix}1 & x\\ y & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}m & 2\\ 3 & n\end{pmatrix}$,若 $A=B$,则 $x+y+mn=$ ____________.

B-2.已知 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$,则点 $(2,3)$ 在变换 $\mathbf{Y}=A\mathbf{X}$ 下的象为____________.

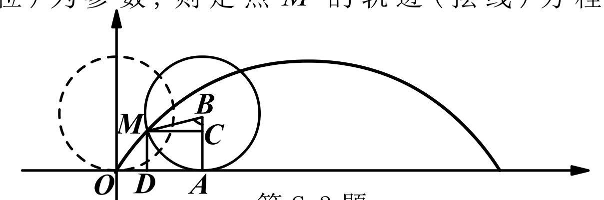
B-3.矩阵 $A=\begin{pmatrix}5 & 1\\ 7 & 3\end{pmatrix}$ 的逆矩阵为____________.

C组:(坐标系与参数方程)

C-1.极坐标方程 $\rho\cos(\theta-\dfrac{\pi}{3})=1$ 的直角坐标方程为____________.

C-2.已知 $M(x,y)$ 为椭圆 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$ 上的动点,则 $2x+y$ 的最大值为__________.

C-3.如图,半径为 a 的圆在 x 轴上滚动(沿 x 轴正方向),开始时定点 M 在原点处.取圆滚动时转过的角度 t (以弧度为单位)为参数,则定点 M 的轨迹(摆线)方程为____________.



第C-3题

D组:(不等式选讲)

D-1.不等式$|x+1|>|2x-1|$的解集为____________.

D-2.函数$f(x)=|x-1|+|x-2|+|x-3|+|x-4|$的最小值为____________.

D-3.不等式$|a|+|b|\le a+b\le|a|-|b|$成立的充分必要条件是____________.

三.解答题：本大题共设5小题,共66分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

19.（本小题满分12分）

随机变量X的分布列如下,且$E(X)=2.5$.求$D(X)$.

X	1	2	x
P	$\frac{1}{2}$	p	$\frac{1}{3}$

20.（本小题满分14分）

已知$(3x^2-\frac{1}{\sqrt{x}})^n$的二项展开式中,含有常数项,二项式系数之和大于$50$,各项系数的和小于$2008$.

(Ⅰ)求n;

(Ⅱ)设上述二项展开式中,各项的系数的绝对值依次为$a_0,a_1,a_2,\cdots,a_{n-1},a_n$.

求数列$\{a_r\}$ $(r=0,1,2,\cdots,n-1,n)$的最大项.

21.（本小题满分12分）

甲、乙进行某项比赛.设甲、乙每得1分的概率分别为0.6、0.4.

(Ⅰ)甲、乙约定:先得2分的一方获胜.求甲获胜的概率;

(Ⅱ)为增加比赛的趣味性(甲乙获胜的概率越接近,比赛的趣味性越强),甲、乙约定:甲在乙得2分之前得3分即为甲获胜,乙在甲得3分之前得2分即为乙获胜.求甲获胜的概率;

(Ⅲ)为增加比赛的趣味性,甲、乙约定:甲在乙得2分之前得n分即为甲获胜,乙在甲得n分之前得2分即为乙获胜.试判断n为何值时,比赛的趣味性最强(只需指出n的值不必书写判断和证明过程).

22. （本小题满分 14 分）

某同学在解答一个有关计数的问题时,发现如下一组算式:

$1\cdot1=1$

$1\cdot2+2\cdot1=4$

$1\cdot3+2\cdot2+3\cdot1=10$

$1\cdot4+2\cdot3+3\cdot2+4\cdot1=20$

$1\cdot5+2\cdot4+3\cdot3+4\cdot2+5\cdot1=35$

经过研究他进一步发现:

$\dfrac{1\cdot2\cdot3}{6}=1$， $\dfrac{2\cdot3\cdot4}{6}=4$， $\dfrac{3\cdot4\cdot5}{6}=10$， $\dfrac{4\cdot5\cdot6}{6}=20$， $\dfrac{5\cdot6\cdot7}{6}=35$.

该同学提出猜想:对于任意 $n\in N^*$, 等式

$$1\cdot n+2\cdot(n-1)+\cdots+i\cdot(n+1-i)+\cdots+(n-1)\cdot2+n\cdot1=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$ 恒成立,

其中 $i\in N^*$ 且 $1\le i\le n$.

请用数学归纳法证明这一猜想.

23. （本小题满分 14 分）

某游戏节目游戏规则如下:

参加者于游戏开始之前,在 A，B，C，D，E，F，G 七个活门中任选一个站在上面;

参加者有三次答题机会,如果他答对一个题,则所有活门均不打开,他可以继续回答下一题;如果他答错了第 k 题（$k=1,2,3$）,则七个活门中就会有 $k+2$ 个被打开数秒.此时若参加者所站的活门被打开,参加者会掉下,游戏停止;若其所站的活门没有打开,他仍然可以回答下一个题;

三个问题回答完后,若参加者仍站在活门上没有掉下去,那么他就获胜.

请回答下面问题:

（Ⅰ）某人参加了该游戏,求他没有答对任何一题而获胜的概率;

（Ⅱ）若某人答对任何一题的概率为 $\dfrac{1}{4}$, 求他获胜的概率;

（Ⅲ）若某人答对任何一题的概率为 $\dfrac{1}{4}$, 设他回答了 X 个问题, 求随机变量 X 的分布列和期望.