2016-2017 学年高一（上）期末数学试卷

一、选择题：（本大题 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．设全集 U={1，2，3，4，5，6，7，8}，集合 S={1，3，5}，T={3，6}，则$\complement_U$（S∪T）等于（　　）

A．∅　B．{2，4，7，8}　C．{1，3，5，6}　D．{2，4，6，8}

2．cos210°=（　　）

A．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　B．$-\frac{1}{2}$C．$\frac{1}{2}$　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

3．函数 y=f（x）和 x=2 的交点个数为（　　）

A．0 个 B．1 个 C．2 个 D．0 个或 1 个

4．已知扇形的半径为 2，面积为 4，则这个扇形圆心角的弧度数为（　　）

A．$\sqrt{3}$　B．2　C．$2\sqrt{2}$D．$2\sqrt{3}$

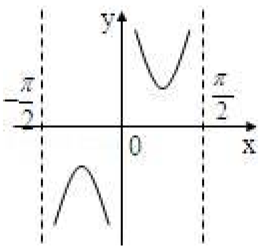
5．如果 lgx=lga+3lgb﹣5lgc，那么（　　）

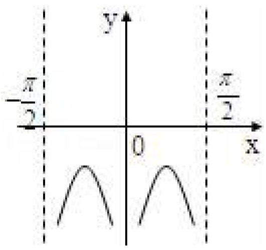
A．x=a+3b﹣c　B．$x=\frac{3ab}{5c}$　C．$x=\frac{ab^3}{c^5}$　D．$x=a+b^3-c^3$

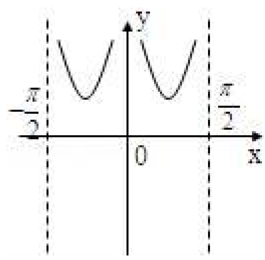
6．已知 $\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{3}{5}$，$\cos\frac{\alpha}{2}=-\frac{4}{5}$，则角α终边所在的象限是（　　）

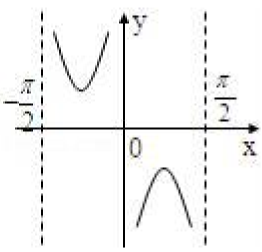
A．第一象限　B．第二象限　C．第三象限　D．第四象限

7．函数 $f(x)=\tan x+\frac{1}{\tan x}$，$x\in\{x|-\frac{\pi}{2}<x<0或0<x<\frac{\pi}{2}\}$的图象为（　　）

A．

B．

C　．

D．

8．已知函数 $f（x）=ax^2+2ax+4$（$0<a<3$），若 $x_1<x_2$，$x_1+x_2=1-a$，则（　　）

A．$f（x_1）<f（x_2）$ B．$f（x_1）>f（x_2）$

C．$f（x_1）=f（x_2）$　D．$f（x_1）<f（x_2）$和 $f（x_1）=f（x_2）$都有可能

9．已知函数 $f（x）=\sin（\omega x-\frac{\pi}{6}）$（$\frac{3}{2}<\omega<2$），在区间（0，$\frac{2\pi}{3}$）上（　　）

A．既有最大值又有最小值 B．有最大值没有最小值

C．有最小值没有最大值　　D．既没有最大值也没有最小值

10．已知 $f（x）=\log_a（a^{-x}+1）+bx$（$a>0$，$a\neq1$）是偶函数，则（　　）

A．$b=\frac{1}{2}$且 $f（a）>f（\frac{1}{a}）$　B．$b=-\frac{1}{2}$且 $f（a）<f（\frac{1}{a}）$

C．$b=\frac{1}{2}$且 $f（a+\frac{1}{a}）>f（\frac{1}{b}）$　D．$b=-\frac{1}{2}$且 $f（a+\frac{1}{a}）<f（\frac{1}{b}）$

二、填空题（共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分）

11．已知角α的终边过点 P（$-8m$，$-6\sin30°$），且 $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$，则 m 的值为____，$\sin\alpha$=____．

12．计算 $\lg4+\lg500-\lg2$=____，$(\frac{1}{27})^{-\frac{1}{3}}+（\log_3 16）\bullet（\log_2\frac{1}{9}）$=____．

13．已知 $\sin\alpha=\frac{1}{2}+\cos\alpha$，且α∈（0，$\frac{\pi}{2}$），则 $\sin2\alpha$=____，$\cos2\alpha$=____．

14．如果幂函数 f（x）的图象经过点（2，8），则 f（3）=____．设 $g（x）=f（x）+x-m$，若函数 g（x）在（2，3）上有零点，则实数 m 的取值范围是____．

15．已知 $\tan（\pi-x）=-2$，则 $4\sin^2x-3\sin x\cos x-5\cos^2x$=____．

16．已知函数 $f（x）=-2\sin（2x+\phi）$（$|\phi|<\pi$），若 $(\frac{\pi}{5}，\frac{5\pi}{8})$是 f（x）的一个单调递增区间，则φ的取值范围为____．

17．已知 f（x）是定义在 R 上的奇函数，当 $x\geqslant0$ 时，$f（x）=2x-x^2$，若存在实数 a，b，使 f（x）在[a，b]上的值域为[$\frac{1}{b}$，$\frac{1}{a}$]，则 ab=____．

三、解答题（本大题共 5 小题，共 74 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

18．函数 f（x）=$\sqrt{x^2-2x-3}$的定义域为集合 A，函数 g（x）=x﹣a（0＜x＜4）的值域为集合 B．

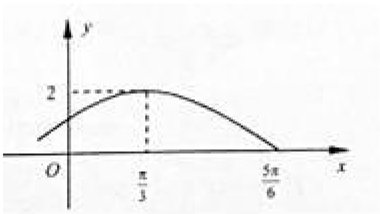
（Ⅰ）求集合 A，B；

（Ⅱ）若集合 A，B 满足 A∩B=B，求实数 a 的取值范围．

19．设函数 f（x）=Asin（ωx+ϕ）（A＞0，ω＞0，﹣$\frac{\pi}{2}$＜ϕ＜$\frac{\pi}{2}$，x∈R）的部分图象如图所示．

（Ⅰ）求函数 y=f（x）的解析式；

（Ⅱ）将函数 y=f（x）的图象沿 x 轴方向向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再把横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$（纵坐标不变），得到函数 y=g（x）的图象，当 x∈[﹣$\frac{\pi}{12}$，$\frac{\pi}{3}$]时，求函数 g（x）的值域．



20．已知函数 f（x）=lg$\frac{x+1}{x-1}$．

（Ⅰ）求函数 f（x）的定义域，并证明其在定义域上是奇函数；

（Ⅱ）对于 x∈[2，6]，f（x）＞lg$\frac{m}{(x-1)(7-x)}$恒成立，求 m 的取值范围．

21．设函数 f（x）=4sinx（cosx﹣sinx）+3

（Ⅰ）当 x∈（0，π）时，求 f（x）的单调递减区间；

（Ⅱ）若 f（x）在[0，θ]上的值域为[0，2$\sqrt{2}$+1]，求 cos2θ的值．

22．已知函数 f（x）=x|x﹣2a|+a^2﹣4a（a∈R）．

（Ⅰ）当 a=﹣1 时，求 f（x）在[﹣3，0]上的最大值和最小值；

（Ⅱ）若方程 f（x）=0 有 3 个不相等的实根 x_1，x_2，x_3，求$\frac{1}{x_1}$+$\frac{1}{x_2}$+$\frac{1}{x_3}$的取值范围．

2016-2017 学年高一（上）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．设全集 U={1，2，3，4，5，6，7，8}，集合 S={1，3，5}，T={3，6}，则$\complement_U$（S∪T）等于（　　）

A．∅　B．{2，4，7，8}　C．{1，3，5，6}　D．{2，4，6，8}

【考点】交、并、补集的混合运算．

【分析】先求出 S∪T，接着是求补集的问题．

【解答】解：∵S∪T={1，3，5，6}，

∴$\complement_U$（S∪T）={2，4，7，8}．

故选 B．

2．cos210°=（　　）

A．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　B．$-\frac{1}{2}$ C．$\frac{1}{2}$　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考点】三角函数的化简求值．

【分析】由诱导公式，特殊角的三角函数值即可化简求值得解．

【解答】解：cos210°=cos=﹣cos30°=﹣$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：A．

3．函数 y=f（x）和 x=2 的交点个数为（　　）

A．0 个 B．1 个 C．2 个 D．0 个或 1 个

【考点】函数的概念及其构成要素．

【分析】根据函数的定义可得函数 y=f（x）的图象与直线 x=2 至多有一个交点，由此得到结论．

【解答】解：根据函数 y=f（x）的定义，当 x=2 为定义域内一个值，有唯一的一

个函数值 f（x）与之对应，函数 y=f（x）的图象与直线 x=2 有唯一交点．

当 x=2 不在定义域内时，函数值 f（x）不存在，函数 y=f（x）的图象与直线 x=2 没有交点．

故函数 y=f（x）的图象与直线 x=2 至多有一个交点，

即函数 y=f（x）的图象与直线 x=2 的交点的个数是 0 或 1，

故选：D．

4．已知扇形的半径为 2，面积为 4，则这个扇形圆心角的弧度数为（　　）

A．$\sqrt{3}$ B．2　 C．$2\sqrt{2}$ D．$2\sqrt{3}$

【考点】扇形面积公式．

【分析】半径为 r 的扇形圆心角的弧度数为α，则它的面积为 $S=\frac{1}{2}\alpha r^2$，由此结合题中数据，建立关于圆心角的弧度数α的方程，解之即得该扇形的圆心角的弧度数．

【解答】解：设扇形圆心角的弧度数为α，

则扇形面积为 $S=\frac{1}{2}\alpha r^2=\frac{1}{2}\alpha\times 2^2=4$，

解得：α=2．

故选：B．

5．如果 lgx=lga+3lgb﹣5lgc，那么（　　）

A．x=a+3b﹣c　B．$x=\frac{3ab}{5c}$　C．$x=\frac{ab^3}{c^5}$　D．$x=a+b^3-c^3$

【考点】对数的运算性质．

【分析】$\lg x=\lg a+3\lg b-5\lg c=\lg a+\lg b^3-\lg c^5=\lg\frac{ab^3}{c^5}$，由此能得到正确答案．

【解答】解：∵lgx=lga+3lgb﹣5lgc

$=\lg a+\lg b^3-\lg c^5$

$=\lg\frac{ab^3}{c^5}$，

$\therefore x=\frac{ab^3}{c^5}$，

故选 C．

6．已知 $\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{3}{5}$，$\cos\frac{\alpha}{2}=-\frac{4}{5}$，则角α终边所在的象限是（　　）

A．第一象限　B．第二象限　C．第三象限　D．第四象限

【考点】三角函数的化简求值．

【分析】由已知利用倍角公式可求 sinα，cosα，分别确定角α终边所在的象限，即可得出结论

【解答】解：$\because \sin\frac{\alpha}{2}=\frac{3}{5}$，$\cos\frac{\alpha}{2}=-\frac{4}{5}$，

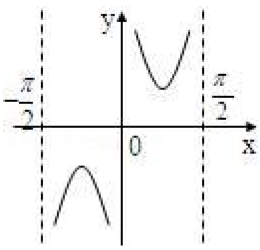
$\therefore \sin\alpha=2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}=2\times\frac{3}{5}\times\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{24}{25}<0$，可得α终边所在的象限是第三、四象限；

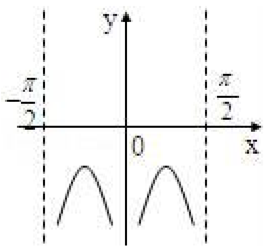
$\cos\alpha=2\cos^2\frac{\alpha}{2}-1=2\times\left(-\frac{4}{5}\right)^2-1=\frac{7}{25}>0$，可得：α终边所在的象限是第一、四象限，

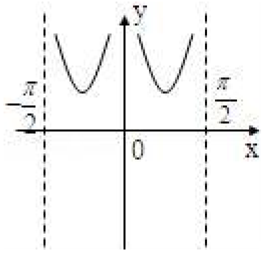
∴角α终边所在的象限是第四象限．

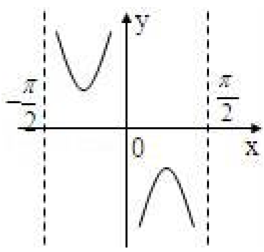
故选：D．

7．函数 $f(x)=\tan x+\frac{1}{\tan x}$，$x\in\{x|-\frac{\pi}{2}<x<0或0<x<\frac{\pi}{2}\}$的图象为（　　）

A．

B．

C．

D．

【考点】正切函数的图象．

【分析】利用正切函数的奇偶性，判定函数的奇偶性，结合 x 的范围确定函数的图象的正确选项.

【解答】解：因为 y=tanx 是奇函数，所以 $f(x)=\tan x+\frac{1}{\tan x}$，$x\in\{x|-\frac{\pi}{2}<x<0或0<x<\frac{\pi}{2}\}$是奇函数，因此 B，C 不正确，又因为$f(x)=\tan x+\frac{1}{\tan x}$，$0<x<\frac{\pi}{2}$时函数为正数，所以 D 不正确，A 正确；

故选 A.

8．已知函数 f（x）$=ax^2+2ax+4$（0＜a＜3），若 $x_1<x_2$，$x_1+x_2=1-a$，则（　　）

A．f（x_1）＜f（x_2） B．f（x_1）＞f（x_2）

C．f（x_1）=f（x_2）　D．f（x_1）＜f（x_2）和 f（x_1）=f（x_2）都有可能

【考点】二次函数的性质.

【分析】找到 f（x）的对称轴 x=﹣1，再考虑到以﹣1＜$\frac{1}{2}$（x_1+x_2）＜$\frac{1}{2}$，当$\frac{1}{2}$（x_1+x_2）=﹣1 时，此时 f（x_1）=f（x_2），再通过图象平移求得.

【解答】解：∵0＜a＜3，由函数表达式 f（x）$=ax^2+2ax+4=a(x+1)^2+4-a$ 知，其对称轴为 x=﹣1，又 $x_1+x_2=1-a$，

所以$\frac{1}{2}$（x_1+x_2）=$\frac{1}{2}$（1﹣a），

∵0＜a＜3，

∴﹣2＜1﹣a＜1，

∴﹣1＜$\frac{1}{2}$（1﹣a）＜$\frac{1}{2}$，

当$\frac{1}{2}$（x_1+x_2）=﹣1 时，此时 f（x_1）=f（x_2），

当图象向右移动时，又 $x_1<x_2$，

所以 f（x_1）＜f（x_2）.

故选：A.

9．已知函数 f（x）=sin（ωx﹣$\frac{\pi}{6}$）（$\frac{3}{2}$＜ω＜2），在区间（0，$\frac{2\pi}{3}$）上（　　）

A．既有最大值又有最小值　B．有最大值没有最小值

C．有最小值没有最大值　　D．既没有最大值也没有最小值

【考点】三角函数的最值．

【分析】根据题意，求出$\omega x-\frac{\pi}{6}$的取值范围，再利用正弦函数的图象与性质即可得出

“函数 f（x）在区间（0，$\frac{2\pi}{3}$）上有最大值 1，没有最小值”．

【解答】解：函数 f（x）=sin（$\omega x-\frac{\pi}{6}$），

当$\frac{3}{2}<\omega<2$，且 x∈（0，$\frac{2\pi}{3}$）时，

$0<\omega x<\frac{2\pi}{3}\omega<\frac{4\pi}{3}$，

所以$-\frac{\pi}{6}<\omega x-\frac{\pi}{6}<\frac{7\pi}{6}$，

所以$-\frac{1}{2}<\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})\leqslant 1$；

所以，当$\omega x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$时，sin（$\omega x-\frac{\pi}{6}$）取得最大值 1，

即函数 f（x）在区间（0，$\frac{2\pi}{3}$）上有最大值 1，没有最小值．

故选：B．

10．已知 f（x）=$\log_a(a^{-x}+1)+bx$（a＞0，a≠1）是偶函数，则（　　）

A．$b=\frac{1}{2}$且 f（a）＞f（$\frac{1}{a}$）　B．$b=-\frac{1}{2}$且 f（a）＜f（$\frac{1}{a}$）

C．$b=\frac{1}{2}$且 f（$a+\frac{1}{a}$）＞f（$\frac{1}{b}$）　D．$b=-\frac{1}{2}$且 f（$a+\frac{1}{a}$）＜f（$\frac{1}{b}$）

【考点】对数函数的图象与性质．

【分析】利用函数的偶函数，求出 b，确定函数单调递增，即可得出结论．

【解答】解：∵f（x）=$\log_a(a^{-x}+1)+bx$（a＞0，a≠1）是偶函数，

∴f（﹣x）=f（x），即$\log_a(a^{x}+1)-bx=\log_a(a^{-x}+1)+bx$，

∴$\log_a(a^{x}+1)-bx=\log_a(a^{x}+1)+(b-1)x$，

∴﹣b=b﹣1，∴$b=\frac{1}{2}$，

∴f（x）=$\log_a(a^{-x}+1)+\frac{1}{2}x$，函数为增函数，

∵$a+\frac{1}{a}>2=\frac{1}{b}$，∴$f(a+\frac{1}{a})>f(\frac{1}{b})$.

故选 C.

二、填空题（共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分）

11．已知角α的终边过点 P（﹣8m，﹣6sin30°），且 $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$，则 m 的值为__$\frac{1}{2}$__，$\sin\alpha=$__$-\frac{3}{5}$__.

【考点】任意角的三角函数的定义.

【分析】由条件利用任意角的三角函数的定义，求出 m 的值，可得 sinα.

【解答】解：由题意可得 x=﹣8m，y=﹣6sin30°=﹣3，$r=|OP|=\sqrt{64m^2+9}$，

$\cos\alpha=\frac{x}{r}=\frac{-8m}{\sqrt{64m^2+9}}=-\frac{4}{5}$，

解得 $m=\frac{1}{2}$，

∴$\sin\alpha=-\frac{3}{5}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$，$-\frac{3}{5}$.

12．计算 lg4+lg500﹣lg2=__3__，$(\frac{1}{27})^{-\frac{1}{3}}+(\log_3 16)\bullet(\log_2\frac{1}{9})=$__﹣5__.

【考点】对数的运算性质.

【分析】利用有理数指数幂、对数的性质、运算法则、换底公式求解.

【解答】解：$\lg4+\lg500-\lg2=\lg\frac{4\times500}{2}=\lg1000=3$，

$(\frac{1}{27})^{-\frac{1}{3}}+(\log_3 16)\bullet(\log_2\frac{1}{9})$

$=(\frac{1}{3})^{-1}+\frac{\lg16}{\lg3}\times\frac{\lg\frac{1}{9}}{\lg2}$

$=3+\frac{4\lg2}{\lg3}\times\frac{-2\lg3}{\lg2}$

$=3+(-8)=-5$.

故答案为：3，﹣5．

13．已知 $\sin\alpha=\frac{1}{2}+\cos\alpha$，且 $\alpha\in$（0，$\frac{\pi}{2}$），则 $\sin2\alpha=$__$\frac{3}{4}$__，$\cos2\alpha=$__$-\frac{\sqrt{7}}{4}$__．

【考点】二倍角的正弦；二倍角的余弦．

【分析】利用同角三角函数的基本关系、二倍角公式求得 $\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$ 的值以及 $\cos\alpha$的值，从而求得 $\cos2\alpha$的值．

【解答】解：∵$\sin\alpha=\frac{1}{2}+\cos\alpha$，且 $\alpha\in$（0，$\frac{\pi}{2}$），即 $\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{1}{2}$①，平方可得 $1-2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{4}$，

则 $\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{3}{4}>0$，∴$\alpha$为锐角，

∴$\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2}=\sqrt{1+\sin2\alpha}=\sqrt{1+\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{7}}{2}$②，

由①②求得 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{7}-1}{4}$，∴$\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1=-\frac{\sqrt{7}}{4}$，

故答案为：$\frac{3}{4}$；$-\frac{\sqrt{7}}{4}$．

14．如果幂函数 f（x）的图象经过点（2，8），则 f（3）=__27__．设 g（x）=f（x）+x﹣m，若函数 g（x）在（2，3）上有零点，则实数 m 的取值范围是__$10<m<30$__．

【考点】幂函数的概念、解析式、定义域、值域．

【分析】设幂函数 $f(x)=x^{\alpha}$，把点（2，8）代入函数的解析式，求得α的值，即可得到函数的解析式，从而求出 f（3）的值，求出 g（x）的导数，得到函数的单调性，根据零点定理得到 g（2）<0 且 g（3）>0，解出即可．

【解答】解：设幂函数 $f(x)=x^{\alpha}$，

把点（2，8）代入函数的解析式可得 $2^{\alpha}=8$，

解得 $\alpha=3$，故函数的解析式为 $f(x)=x^3$，

故 f（3）=27，

$g(x)=f(x)+x-m=x^3+x-m$，

$g'(x)=3x^2+1>0$，

故 g（x）在（2，3）递增，

若函数 g（x）在（2，3）上有零点，

只需$\begin{cases}g(2)=10-m<0\\g(3)=30-m>0\end{cases}$，

解得：10＜m＜30，

故答案为：27，10＜m＜30．

15．已知 tan（π - x）= - 2，则 $4\sin^2x-3\sin x\cos x-5\cos^2x=$__1__．

【考点】运用诱导公式化简求值；三角函数的化简求值．

【分析】由已知利用诱导公式可求 tanx=2，进而利用同角三角函数基本关系式化简所求即可计算得解．

【解答】解：∵tan（π - x）= - 2，

∴tanx=2，

∴ $4\sin^2x-3\sin x\cos x-5\cos^2x=\dfrac{4\sin^2x-3\sin x\cos x-5\cos^2x}{\sin^2x+\cos^2x}=\dfrac{4\tan^2x-3\tan x-5}{\tan^2x+1}=\dfrac{4\times4-3\times2-5}{4+1}=1$．

故答案为：1．

16．已知函数 f（x）= - 2sin（2x+ϕ）（|ϕ|＜π），若（$\frac{\pi}{5}$，$\frac{5\pi}{8}$）是 f（x）的一个单调递增区间，则ϕ的取值范围为__$[\frac{\pi}{10},\frac{\pi}{4}]$__．

【考点】由 y=Asin（ωx+ϕ）的部分图象确定其解析式．

【分析】令 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant2x+\phi\leqslant2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，k∈z，求得 $k\pi+\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{3\pi}{4}-\frac{\phi}{2}$．再由$\frac{5\pi}{8}\leqslant k\pi+\frac{3\pi}{4}-\frac{\phi}{2}$，且$\frac{\pi}{5}\geqslant k\pi+\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}$，结合|ϕ|＜π 求得ϕ的取值范围．

【解答】解：由题意可得，（$\frac{\pi}{5}$，$\frac{5\pi}{8}$）是函数 y=2sin（2x+ϕ）的一个单调递减区间，令 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant2x+\phi\leqslant2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，k∈z，

求得 $k\pi+\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{3\pi}{4}-\frac{\phi}{2}$，故有$\frac{5\pi}{8}\leqslant k\pi+\frac{3\pi}{4}-\frac{\phi}{2}$，且$\frac{\pi}{5}\geqslant k\pi+\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}$，结合$|\phi|<\pi$ 求得$\frac{\pi}{10}\leqslant\phi\leqslant\frac{\pi}{4}$，

故ϕ的取值范围为$[\frac{\pi}{10},\ \frac{\pi}{4}]$，

故答案为$[\frac{\pi}{10},\ \frac{\pi}{4}]$.

17．已知 f（x）是定义在 R 上的奇函数，当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)=2x-x^2$，若存在实数 a，b，使 f（x）在[a，b]上的值域为$[\frac{1}{b},\ \frac{1}{a}]$，则 ab=$\underline{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$.

【考点】奇偶性与单调性的综合.

【分析】根据题意，先由奇函数的性质，分析可得 $x<0$ 时，$f(x)=x^2+2x$，对于正实数 a、b，分三种情况讨论：①、当 $a<1<b$ 时，②、当 $a<b<1$ 时，③、当 $1\leqslant a<b$ 时，结合二次函数的性质，分析可得 a、b 的值，将其相乘可得答案.

【解答】解：设 $x<0$，则 $-x>0$，

∴$f(-x)=-2x-(-x)^2$，即 $-f(x)=-x^2-2x$，

∴$f(x)=x^2+2x$，设这样的实数 a，b 存在，

则$\begin{cases}a^2+2a=\frac{1}{b}\\ b^2+2b=\frac{1}{a}\end{cases}$或$\begin{cases}a^2+2a=\frac{1}{a}\\ b^2+2b=\frac{1}{b}\end{cases}$或$\begin{cases}\frac{1}{a}=1\\ b^2+2b=\frac{1}{a}=1\end{cases}$，

由$\begin{cases}a^2+2a=\frac{1}{b}\\ b^2+2b=\frac{1}{a}\end{cases}$得 $ab(a+b)=0$，舍去；由$\begin{cases}\frac{1}{a}=1\\ b^2+2b=\frac{1}{a}=1\end{cases}$，得 $a=1$，$b=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$矛盾，舍去；

由$\begin{cases}a^2+2a=\frac{1}{a}\\ b^2+2b=\frac{1}{b}\end{cases}$得 a，b 是方程 $x^3+2x^2=1$ 的两个实数根，

由 $(x+1)(x^2+x-1)=0$

得 $a=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$，$b=-1$，∴$ab=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，

故答案为$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

三、解答题（本大题共 5 小题，共 74 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

18．函数 f（x）=$\sqrt{x^2-2x-3}$的定义域为集合 A，函数 g（x）=x﹣a（0＜x＜4）的值域为集合 B．

（Ⅰ）求集合 A，B；

（Ⅱ）若集合 A，B 满足 A∩B=B，求实数 a 的取值范围．

【考点】集合的包含关系判断及应用；函数的定义域及其求法．

【分析】（Ⅰ）利用函数的定义域和值域能求出集合 A 和 B．

（Ⅱ）由集合 A，B 满足 A∩B=B，知 B⊂A，由此能求出实数 a 的取值范围．

【解答】解：（Ⅰ）∵函数 f（x）=$\sqrt{x^2-2x-3}$的定义域为集合 A，

函数 g（x）=x﹣a（0＜x＜4）的值域为集合 B，

∴A={x|x^2﹣2x﹣3≥0}={x|x≤﹣1 或 x≥3}，

B={y|﹣a＜y＜4﹣a}．

（Ⅱ）∵集合 A，B 满足 A∩B=B，∴B⊆A，

∴4﹣a≤﹣1 或﹣a≥3，

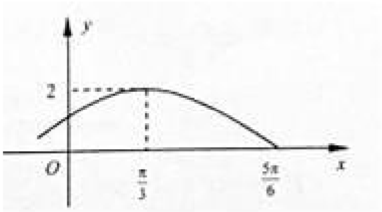
解得 a≥5 或 a≤﹣3．

∴实数 a 的取值范围（﹣∞，﹣3]∪[5，+∞）．

19．设函数 f（x）=Asin（ωx+φ）（A＞0，ω＞0，$-\frac{\pi}{2}$＜φ＜$\frac{\pi}{2}$，x∈R）的部分图象如图所示．

（Ⅰ）求函数 y=f（x）的解析式；

（Ⅱ）将函数 y=f（x）的图象沿 x 轴方向向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再把横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$（纵坐标不变），得到函数 y=g（x）的图象，当 x∈[$-\frac{\pi}{12}$，$\frac{\pi}{3}$]时，求函数 g（x）的值域．



【考点】函数 y=Asin（ωx+φ）的图象变换；由 y=Asin（ωx+φ）的部分图象确定其解析式.

【分析】（Ⅰ）由图象知，A，周期 T，利用周期公式可求ω，由点（$\frac{\pi}{3}$，2）在函数图象上，结合范围 $-\frac{\pi}{2}<\phi<\frac{\pi}{2}$，可求φ，从而解得函数解析式.

（Ⅱ）由函数 y=Asin（ωx+φ）的图象变换规律可求 g（x），利用正弦函数的图象和性质即可得解.

【解答】（本题满分为 15 分）

解：（Ⅰ）由图象知，A=2，…

又$\frac{T}{4}=\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$，ω＞0，

所以 T=2π=$\frac{2\pi}{\omega}$，得ω=1．…

所以 f（x）=2sin（x+φ），

将点（$\frac{\pi}{3}$，2）代入，得$\frac{\pi}{3}+\phi=2k\pi+\frac{\pi}{2}$（k∈Z），

即$\phi=\frac{\pi}{6}+2k\pi$（k∈Z），又 $-\frac{\pi}{2}<\phi<\frac{\pi}{2}$，

所以，$\phi=\frac{\pi}{6}$．…

所以 f（x）=2sin（x+$\frac{\pi}{6}$）.

故函数 y=f（x）的解析式为：f（x）=2sin（x+$\frac{\pi}{6}$）．…

（Ⅱ）将函数 y=f（x）的图象沿 x 轴方向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，

得到的图象对应的解析式为：y=2sinx，

再把横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$（纵坐标不变），得到的图象对应的解析式为：g（x）=2sin2x，…12 分

∵x∈[$-\frac{\pi}{12}$，$\frac{\pi}{3}$]，

∴ $-\frac{\pi}{6}\leqslant 2x\leqslant\frac{2\pi}{3}$，

∴$2\sin 2x\in[-1,2]$，可得：$g(x)\in[-1,2]$…15 分

20．已知函数 $f(x)=\lg\frac{x+1}{x-1}$．

（Ⅰ）求函数 f（x）的定义域，并证明其在定义域上是奇函数；

（Ⅱ）对于 $x\in[2,6]$，$f(x)>\lg\frac{m}{(x-1)(7-x)}$恒成立，求 m 的取值范围．

【考点】函数恒成立问题．

【分析】（Ⅰ）对数函数的指数大于 0，从而求解定义域．根据函数的奇偶性进行判断即可．

（Ⅱ）利用对数函数的性质化简不等式，转化为二次函数的问题求解 m 的取值范围．

【解答】解：（Ⅰ）由$\frac{x+1}{x-1}>0$，解得 $x<-1$ 或 $x>1$，

∴函数的定义域为$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$，

∵$f(-x)=\lg\frac{-x+1}{-x-1}=\lg\frac{x-1}{x+1}=-\lg\frac{x+1}{x-1}=-f(x)$，

∴函数 f（x）为奇函数，

（Ⅱ）由题意：$x\in[2,6]$，

∴ $(x-1)(7-x)>0$，

∵$\frac{m}{(x-1)(7-x)}>0$，可得：$m>0$．

即：$\lg\frac{x+1}{x-1}>\lg\frac{m}{(x-1)(7-x)}>$恒成立，

整理：$\lg\frac{x+1}{x-1}-\lg\frac{m}{(x-1)(7-x)}>0$，

化简：$\lg\frac{(x+1)(7-x)}{m}>0$，

可得：$\lg\frac{(x+1)(7-x)}{m}>\lg 1$，

即$\frac{(x+1)(7-x)}{m}>1$，

∴ $(x+1)(7-x)-m>0$，即：$-x^2+6x+7>m$，（$x\in[2,6]$）恒成立，

只需 m 小于 $-x^2+6x+7$ 的最小值．

令：$y=-x^2+6x+7=-(x-3)^2+16$

开口向下，$x\in[2,6]$，

当 $x=6$ 时，y 取得最小值，$y_{min}=-(6-3)^2+16=7$，

所以：实数 m 的取值范围（0，7）.

21．设函数 $f(x)=4\sin x(\cos x-\sin x)+3$

（Ⅰ）当 $x\in(0,\pi)$ 时，求 f（x）的单调递减区间；

（Ⅱ）若 f（x）在 $[0,\theta]$ 上的值域为 $[0,2\sqrt{2}+1]$，求 $\cos2\theta$ 的值.

【考点】正弦函数的单调性.

【分析】（Ⅰ）化简函数 f（x）为正弦型函数，根据正弦函数的图象与性质即可求出 f（x）的单调减区间；

（Ⅱ）根据题意，求出 $\sin(2\theta+\frac{\pi}{4})$ 的值，再根据同角的三角函数关系和三角恒等变换求出 $\cos2\theta$ 的值.

【解答】解：（Ⅰ）函数 $f(x)=4\sin x(\cos x-\sin x)+3$

$=4\sin x\cos x-4\sin^2x+3$

$=2\sin2x-4\times\frac{1-\cos2x}{2}+3$

$=2\sin2x+2\cos2x+1$

$=2\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+1$，

令 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant2x+\frac{\pi}{4}\leqslant2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，$k\in Z$，

解得 $k\pi+\frac{\pi}{8}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{5\pi}{8}$，$k\in Z$，

又 $x\in(0,\pi)$，

所以 f（x）的单调递减区间是 $[\frac{\pi}{8},\frac{5\pi}{8}]$；

（Ⅱ）由 $f(x)=2\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+1$ 在 $[0,\theta]$ 上的值域为 $[0,2\sqrt{2}+1]$，

令 $x=0$，得 $f(0)=2\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}+1=3$；

令 $f(x)=2\sqrt{2}+1$，得 $\sin(2x+\frac{\pi}{4})=1$，

解得 $x=\frac{\pi}{8}$，$\therefore\theta>\frac{\pi}{8}$；

令 f（x）=0，得 $\sin(2x+\frac{\pi}{4})=-\frac{\sqrt{2}}{4}$，

$\therefore 2x+\frac{\pi}{4}<\frac{3\pi}{2}$，

解得 $x<\frac{5\pi}{8}$，即$\theta<\frac{5\pi}{8}$；

$\therefore\theta\in(\frac{\pi}{8},\ \frac{5\pi}{8})$，

$\therefore 2\theta+\frac{\pi}{4}\in(\frac{\pi}{2},\ \frac{3\pi}{2})$；

由 $2\sqrt{2}\sin(2\theta+\frac{\pi}{4})+1=0$，

得 $\sin(2\theta+\frac{\pi}{4})=-\frac{\sqrt{2}}{4}$，

所以 $\cos(2\theta+\frac{\pi}{4})=-\sqrt{1-(-\frac{\sqrt{2}}{4})^2}=-\frac{\sqrt{14}}{4}$，

所以 $\cos2\theta=\cos[(2\theta+\frac{\pi}{4})-\frac{\pi}{4}]$

$=\cos(2\theta+\frac{\pi}{4})\cos\frac{\pi}{4}+\sin(2\theta+\frac{\pi}{4})\sin\frac{\pi}{4}$

$=-\frac{\sqrt{14}}{4}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+(-\frac{\sqrt{2}}{4})\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=-\frac{\sqrt{7}+1}{4}$.

22．已知函数 $f(x)=x|x-2a|+a^2-4a$（a∈R）.

（Ⅰ）当 a=－1 时，求 f（x）在[－3，0]上的最大值和最小值；

（Ⅱ）若方程 f（x）=0 有 3 个不相等的实根 x_1，x_2，x_3，求$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}$的取值范围.

【考点】函数的最值及其几何意义.

【分析】（Ⅰ）求出 f（x）的分段函数的解析式，从而求出函数的最大值和最小值即可；

（Ⅱ）通过讨论 a 的范围，得到$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}$的表达式，从而求出 a 的范围即可.

【解答】解：（Ⅰ）∵a=－1，

$\therefore f(x)=x|x+2|+5=\begin{cases}-x^2-2x+5, & (-3\leqslant x<-2)\\ x^2+2x+5, & (-2\leqslant x\leqslant 0)\end{cases}$,

$x\in[-2,0]$时，$4\leqslant f(x)\leqslant 5$，

$x\in[-3,-2]$时，$2\leqslant f(x)\leqslant 5$，

$\therefore f(x)_{min}=f(-3)=2$，$f(x)_{max}=f(0)=5$；

（Ⅱ）$\because f(x)=\begin{cases}x^2-2ax+a^2-4a, & (x\geqslant 2a)\\ -x^2+2ax+a^2-4a & (x<2a)\end{cases}$，

①若 $a>0$，$\because$方程 $f(x)=0$ 有 3 个不相等的实根，

故 $x<2a$ 时，方程 $f(x)=-x^2+2ax+a^2-4a=0$ 有 2 个不相等的实根，

$x\geqslant 2a$ 时，方程 $f(x)=x^2-2ax+a^2-4a=0$ 有 1 个不相等的实根，

$\therefore\begin{cases}4a^2+4(a^2-4a)>0\\ a^2-4a<0\end{cases}$，解得：$2<a<4$，

不妨设 $x_1<x_2<x_3$，则 $x_1+x_2=2a$，$x_1x_2=-a^2+4a$，$x_3=a+2\sqrt{a}$，

$\therefore\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=\frac{2a}{a(4-a)}+\frac{a-2\sqrt{a}}{a^2-4a}=-\frac{1}{a-2\sqrt{a}}>\frac{1+\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}$的范围是（$\frac{1+\sqrt{2}}{2}$，$+\infty$），

②若 $a<0$，当 $x>2a$ 时，方程 $f(x)=x^2-2ax+a^2-4a=0$ 的判别式小于 0，

不符合题意；

③$a=0$ 时，显然不和题意，

故$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}$的范围是（$\frac{1+\sqrt{2}}{2}$，$+\infty$）.