

2014-2015 学年度上学期期末考试高二年级文科数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列， $a_2=2, a_5=16$ ，则公比 q 等于（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 如果实数 a, b 满足 $a < b < 0$ ，那么（ ）

- A. $a - b > 0$ B. $ac < bc$ C. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ D. $a^2 < b^2$

3. “ $2^a > 2^b$ ”是“ $\log_2 a > \log_2 b$ ”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 既不充分也不必要条件
C. 充要条件 D. 必要不充分条件

4. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 的渐近线方程为 $x \pm y = 0$ ，则双曲线的焦距为（ ）

- A. $2\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. 4

5. 若 $x > 4$ ，则函数 $y = -x + \frac{1}{4-x}$ （ ）

- A. 有最大值 -6 B. 有最小值 6 C. 有最大值 -2 D. 有最小值 -2

6. 已知命题 $p: \exists x \in R, x^2 + 2ax + a \leq 0$ ，若 p 是假命题，则实数 a 的取值范围是（ ）

- A. $[1, +\infty)$ B. $[0, 1]$ C. $(0, 1)$ D. $(0, 1]$

7. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_3 = 9, S_6 = 36$ ，则 $a_7 + a_8 + a_9 =$ （ ）

- A. 63 B. 45 C. 36 D. 27

8. 抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 上横坐标为 4 的点到焦点的距离为 5，则 p 的值是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 4

9. 若关于 x 的不等式 $x^2 + ax - 2 > 0$ 在区间 $[1, 5]$ 上有解，则实数 a 的取值范围为（ ）

- A. $(-\frac{23}{5}, +\infty)$ B. $[-\frac{23}{5}, 1]$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1)$

10. 定义在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的函数 $f(x)$, 其导函数是 $f'(x)$, 且恒有 $f(x) < f'(x) \cdot \tan x$ 成立, 则()

A. $f(\frac{\pi}{6}) > \sqrt{3}f(\frac{\pi}{3})$ B. $f(\frac{\pi}{6}) < \sqrt{3}f(\frac{\pi}{3})$

C. $\sqrt{3}f(\frac{\pi}{6}) < f(\frac{\pi}{3})$ D. $\sqrt{3}f(\frac{\pi}{6}) > f(\frac{\pi}{3})$

11. 已知 $a_n = (\frac{1}{3})^n$, 把数列 $\{a_n\}$ 的各项排列成如下的三角形形状,

$$\begin{array}{ccccccc} & & & a_1 & & & \\ & & a_2 & & a_3 & & a_4 \\ a_5 & & a_6 & & a_7 & & a_8 & & a_9 \\ & \dots & & & & & & & \end{array}$$

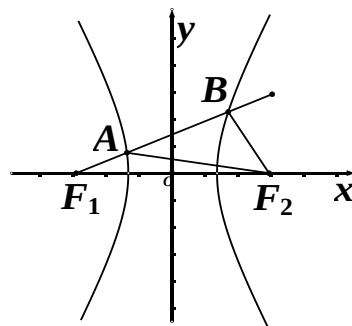
记 $A(m, n)$ 表示第 m 行的第 n 个数, 则 $A(10, 12) =$ ()

- A. $(\frac{1}{3})^{92}$ B. $(\frac{1}{3})^{93}$ C. $(\frac{1}{3})^{94}$ D. $(\frac{1}{3})^{112}$

12. 如图, F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、

右焦点, 过 F_1 的直线 l 与 C 的左、右两支分别交于 A, B 两

点, 若 $|AB| : |BF_2| : |AF_2| = 2 : 3 : 4$, 则双曲线 C 的离心率为 ()



第 12 题

- A. 4 B. $\sqrt{15}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$

二、填空题: 本大题共四小题, 每小题 5 分, 共 20 分

13. 设曲线 $y = e^{ax}$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线与直线 $x + 2y + 1 = 0$ 垂直, 则 $a =$ _____

14. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $\frac{S_{12}}{4} = \frac{S_9}{3} + 2$, 则数列 $\{a_n\}$ 的公差 d 为 _____.

15. 若不等式组
$$\begin{cases} x-y \geq 0 \\ 2x+y \leq 2 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq a \end{cases}$$
, 表示的平面区域是一个三角形区域, 则 a 的取值范围是

_____.

16. 已知 $f(x) = m(x-2m)(x+m+3)$, $g(x) = 2^x - 2$. 若同时满足条件:

① $\forall x \in R, f(x) < 0$ 或 $g(x) < 0$; ② $\exists x \in (-\infty, -4)$, $f(x)g(x) < 0$.

则 m 的取值范围是_____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

17. (本小题满分 10 分)

已知命题 p : 实数 x 满足 $x^2 - 4ax + 3a^2 < 0$ (其中 $a > 0$), 命题 q : 实数 x 满足
$$\begin{cases} |x-1| \leq 2 \\ \frac{x+3}{x-2} > 0 \end{cases}$$

若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件, 求实数 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

我国发射的天宫一号飞行器需要建造隔热层. 已知天宫一号建造的隔热层必须使用 20 年, 每厘米厚的隔热层建造成本是 6 万元, 天宫一号每年的能源消耗费用 C (万元) 与隔热层

厚度 x (厘米) 满足关系式: $C(x) = \frac{k}{3x+5}$ ($0 \leq x \leq 10$), 已知 $x=0$ 时, $C(x)=8$. 设 $f(x)$

为隔热层建造费用与使用 20 年的能源消耗费用之和.

(I) 求 $C(x)$ 和 $f(x)$ 的表达式;

(II) 当隔热层修建多少厘米厚时, 总费用 $f(x)$ 最小, 并求出最小值.

19. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2\ln x + \frac{1}{x}$

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间和极值

(2) 若对于 $\forall x \in [1, +\infty)$ 及 $t \in [1, 2]$ 不等式 $f(x) \geq t^2 - 2mt + 2$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_{n+1} = 1 - \frac{1}{4a_n}, b_n = \frac{2}{2a_n - 1}$, 其中 $n \in N^*$.

(I) 求证: 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列, 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;

(II) 设 $c_n = n \cdot 2^{n+1} \cdot a_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n 。

21. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 设曲线 $C_1: \frac{|x|}{a} + \frac{|y|}{b} = 1 (a > b > 0)$ 所围成的封闭图形的面积为 $4\sqrt{2}$, 曲线 C_1 上的点到原点 O 的最短距离为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. 以曲线 C_1 与坐标轴的交点为顶点的椭圆记为 C_2 .

(I) 求椭圆 C_2 的标准方程;

(II) 设 AB 是过椭圆 C_2 中心 O 的任意弦, l 是线段 AB 的垂直平分线. 若 M 是 l 与椭圆 C_2 的交点, 求 $\triangle AMB$ 的面积的最小值.

22. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = ax^{n+1} + bx^n + c (x > 0)$, 其中 $a + b = 0$, n 为正整数, a, b, c 均为常数, 曲线 $y = f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x + y - 1 = 0$.

(1) 求 a, b, c 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的最大值;

(3) 证明: 对任意的 $x \in (0, +\infty)$ 都有 $nf(x) < \frac{1}{e}$. (e 为自然对数的底)