

# 2011—2012 学年度上学期期末考试高二年级数学理科试卷

## 第 I 卷 (选择题, 共 60 分)

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 命题 “ $\exists x \in \mathbf{R}, 2^x < 0$ ” 的否定是

- A.  $\exists x \in \mathbf{R}$ , 都有  $2^x > 0$                       B.  $\exists x \in \mathbf{R}$ , 都有  $2^x \geq 0$   
 C.  $\forall x \in \mathbf{R}$ , 都有  $2^x \geq 0$                       D.  $\forall x \in \mathbf{R}$ , 都有  $2^x > 0$

2. 若  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的可导函数, 则 “ $f'(x_0) = 0$ ” 是 “ $f(x)$  在点  $x_0$  处取极值” 的

- A. 充分不必要条件    B. 必要不充分条件    C. 充要条件    D. 既不充分也不必要条件

3.  $\int_0^{2\pi} \cos x dx =$

- A. 0              B. 2              C. -2              D.  $2\pi$

4. 已知点  $M(2, 0)$ ,  $N(-2, 0)$ , 且满足  $|PM| - |PN| = 4$ , 则动点  $P$  的轨迹是

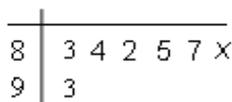
- A. 双曲线              B. 双曲线左支              C. 一条射线              D. 双曲线右支

5. 若函数  $f(x)$  的导函数  $f'(x) = x^2 - 4x + 3$ , 则函数  $f(x+1)$  的单调递减区间是

- A.  $(-\infty, 2)$               B.  $(-\infty, 1)$               C.  $(1, 3)$               D.  $(0, 2)$

6. 在某大学自主招生面试环节中, 七位评委老师为某考生打出的分数如茎叶图所示, 统计员在去掉一个最高分和一个最低分后, 算得平均分为 85, 复核员在复核时, 发现有一个数字 (茎叶图中的  $x$ ) 无法看清, 若统计员计算无误, 则数字  $x$  应该是

- A. 5              B. 6              C. 7              D. 9



7. 已知  $x$ 、 $y$  的取值如下表:

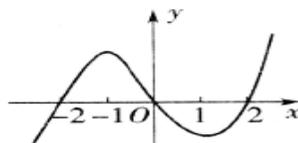
$x$	1	2	3	4
$y$	4.5	4	3	2.5

若  $y$  与  $x$  具有线性相关关系, 其线性回归方程为  $y = -0.7x + a$ , 则  $a$  的值为

- A. 5.25              B. 5              C. 2.5              D. 3.5

8. 设  $f(x)$  是一个三次函数,  $f'(x)$  为其导函数. 如图所示是函数  $y = xf'(x)$  的图象的一部分, 则  $f(x)$  的极大值与极小值分别为

- A.  $f(1)$  与  $f(-1)$                       B.  $f(-1)$  与  $f(1)$   
 C.  $f(-2)$  与  $f(2)$                       D.  $f(2)$  与  $f(-2)$



9. 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 2$ ,  $AD = 3$ , 如果在该矩形内随机取一点  $P$ , 那么使得  $\triangle ABP$  与  $\triangle CDP$  的面积都不小于 1 的概率为

- A.  $\frac{1}{3}$               B.  $\frac{2}{3}$               C.  $\frac{1}{2}$               D.  $\frac{3}{4}$

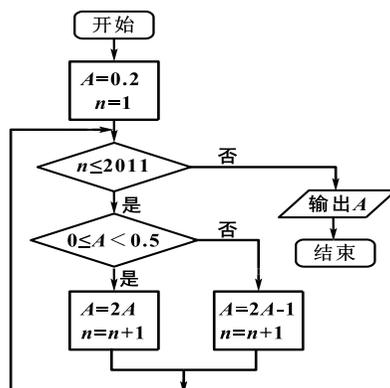
10. 椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{24} = 1$  ( $a > 2\sqrt{6}$ ) 上一点  $P$  与椭圆的两个焦点  $F_1$ 、 $F_2$  的连线互相垂直,

则  $\Delta PF_1F_2$  的面积为

- A. 20      B. 22      C. 24      D. 与  $a$  值的大小有关

11. 某程序框图如图所示, 则该程序运行后输出的结果为

- A.  $\frac{1}{5}$                   B.  $\frac{2}{5}$   
C.  $\frac{4}{5}$                   D.  $\frac{3}{5}$



12. 已知  $f(x)$  为定义在  $R$  上的可导函数, 满足  $f(x) < f'(x)$ , 且  $f(x-1)$  为偶函数,  $f(-2) = 1$ , 则不等式  $f(x) < e^x$  的解集为

- A.  $(0, +\infty)$       B.  $(-\infty, 0)$       C.  $(e^4, +\infty)$       D.  $(-\infty, e^4)$

### 第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若椭圆经过点  $(2, 3)$ , 且焦点为  $(\pm 2, 0)$ , 则这个椭圆的离心率等于\_\_\_\_\_.

14. 在右图的程序中输入 2 后得到的结果是\_\_\_\_\_.

```

s=0;
b=input("b=");
for i=1:5
s=s+i+b;
end
s
    
```

15. 已知  $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ x^3 - (a-1)x + a^2 - 3a - 4 & (x < 0) \end{cases}$  在  $(-\infty, +\infty)$  上为增函数, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

16. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的离心率是  $\sqrt{2}$ , 过双曲线上一点  $M$  作直线

$MA, MB$  交双曲线于  $A, B$  两点, 且斜率分别为  $k_1, k_2$ , 若点  $A, B$  关于原点对称, 则  $k_1 \cdot k_2$  的值为\_\_\_\_\_.

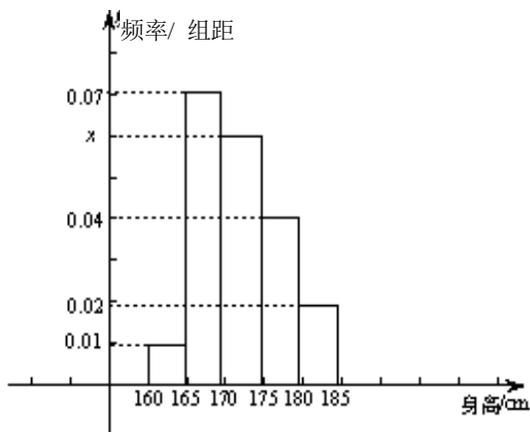
三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）  
17.（本小题满分 10 分）

已知命题  $p$ ：关于  $x$  的方程  $x^2 - mx + 1 = 0$  有两个不等的正根，命题  $q$ ：关于  $x$  的方程  $4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$  无实根。若  $p \vee q$  为真， $p \wedge q$  为假，求实数  $m$  的取值范围。

18.（本题满分 12 分）

随机抽取 100 名学生，测得他们的身高（单位：cm），按照区间  $[160,165)$ ， $[165,170)$ ， $[170,175)$ ， $[175,180)$ ， $[180,185]$  分组，得到样本身高的频率分布直方图，如图。

- （I）求频率分布直方图中  $x$  的值及身高在 170 cm 以上的学生人数；  
（II）将身高在  $[170,175)$ ， $[175,180)$ ， $[180,185]$  区间内的学生依次记为  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三个组，用分层抽样的方法从三个组中抽取 6 人，求从这三个组分别抽取的学生人数；  
（III）在（II）的条件下，要从 6 名学生中抽取 2 人，请用列举法计算  $B$  组中至少有 1 人被抽中的概率。



19.（本题满分 12 分）

已知抛物线  $C$  的顶点在原点，对称轴是  $x$  轴，且它过点  $(2, -2\sqrt{6})$ 。

- （I）求抛物线  $C$  的方程；  
（II）若点  $A(a, 0)$  ( $a \in R$ ) 与抛物线  $C$  上的点的距离的最小值为  $|a|$ ，求  $a$  的取值范围。

20. (本小题满分 12 分)

某电视机生产企业有 A、B 两种型号的电视机参加家电下乡活动，若企业投放 A、B 两种型号电视机的价值分别为  $a$ 、 $b$  万元，则农民购买电视机获得的补贴分别为  $m \ln(a+1)$ ， $\frac{1}{10}b$  万元 ( $m > 0$  且为常数). 已知该企业投放总价值为 10 万元的 A、B 两种型号的电视机，且 A、B 两种型号的投放金额都不低于 1 万元.

(I) 设投放 A 型电视机的金额为  $x$  万元，将这次活动中农民得到的总补贴表示为关于  $x$  的函数，并求其定义域；

(II) 求当投放 A 型电视机的金额为多少万元时，农民得到的总补贴最大？

21. (本小题满分 12 分)

给定椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ，称圆心在原点  $O$ ，半径为  $\sqrt{a^2 + b^2}$  的圆是椭圆  $C$  的“准圆”. 若椭圆  $C$  的一个焦点为  $F(\sqrt{2}, 0)$ ，其短轴上的一个端点到  $F$  的距离为  $\sqrt{3}$ .

(I) 求椭圆  $C$  的方程和其“准圆”方程；

(II) 点  $P$  是椭圆  $C$  的“准圆”上的一个动点，过点  $P$  作直线  $l_1$ 、 $l_2$ ，使得  $l_1$ 、 $l_2$  与椭圆  $C$  都只有一个交点，求证： $l_1 \perp l_2$ .

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{a}x + \ln(x+a)$ ，其中常数  $a > 0$ .

(I) 若  $f(x)$  在  $x=1$  处取得极值，求  $a$  的值，并判断  $f(1)$  是极大值还是极小值；

(II) 已知  $0 < a < \frac{1}{2}$ ， $f'(x)$  表示  $f(x)$  的导数，若  $x_1, x_2 \in (-a, a)$ ， $x_1 \neq x_2$ ，且满足  $f'(x_1) + f'(x_2) = 0$ ，试比较  $f'(x_1 + x_2)$  与  $f'(0)$  的大小，并加以证明.