2009-2010 高三上学期期末理科数学参考答案

一.选择题：ABBDA　DABCA　DA

二.填空题：（13）3，16，29.　　（14）44.　　（15）-2.　　（16）8000.

三.解答题：

17.解：（Ⅰ）依题意：$\dfrac{a-b}{b}=\dfrac{\sin A-\sin 2C}{\sin 2C}$

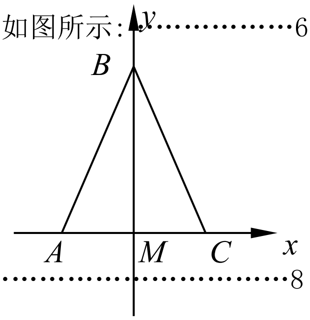
$\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{\sin A}{\sin 2C}$ 即 $\dfrac{\sin A}{\sin B}=\dfrac{\sin A}{\sin 2C}$

$\because \sin A\neq 0$　$\therefore \sin B=\sin 2C$ ……………………………………………………2 分

即 $\sin(A+C)=\sin 2C$　$\therefore A=C$ 或 $A+C=\pi-2C$（舍）

$\therefore \Delta ABC$ 为等腰三角形 ……………………………………………………………4 分

（Ⅱ）设 M 为 AC 中点,则 $|\overrightarrow{BM}|=1$ 建立平面直角坐标系如图所示: ……………6 分



设 $A(-t,0)$，$C(t,0)$，$B(0,1)$

则 $\overrightarrow{BA}=(-t,-1)$，$\overrightarrow{BC}=(t,-1)$

$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=1-t^2$ ……………………………………………………………8 分

又 $\tan C=\dfrac{1}{t}>\tan\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}$　$\therefore 0<t<\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ……………………………………10 分

$\therefore \overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=1-t^2\in(\dfrac{2}{3},1)$ ……………………………………………………12 分

18.解（Ⅰ）甲胜的概率为: $(0.6)^2+C_2^1(0.4)(0.6)^2=1.8\cdot(0.6)^2=0.648$. …………4 分

（Ⅱ）设甲所胜的局数为 X，$X=0,1,2$.

$P(X=0)=0.4^2=0.16$

$P(X=1)=C_2^1 0.6\cdot 0.4^2=1.2\cdot 0.16=0.192$

$P(X=2)=0.6^2+C_2^1\cdot 0.4\cdot 0.6^2=1.8\cdot 0.36=0.648$

$\therefore E(X)=0.16\cdot 0+0.192\cdot 1+0.648\cdot 2=1.488$ ……………………………8 分

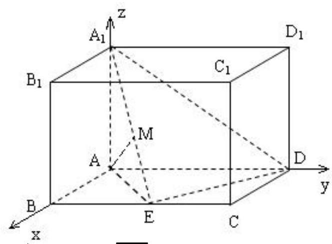
(Ⅲ) 设事件 $A=$ 甲获得比赛胜利，事件 $B=$ 乙获胜一局

$P(A)=0.6^2+C_2^1\cdot 0.4\cdot 0.6^2=0.648$

$P(A\cdot B)=C_2^1\cdot 0.4\cdot 0.6^2=0.288$

$\therefore P(B\mid A)=\dfrac{P(A\cdot B)}{P(A)}=\dfrac{4}{9}$ ……………………………………………12 分

19.解：建立空间直角坐标系 $A-xyz$, 则 $A(0,0,0)$,



$A_1(0,0,\sqrt{2}),\ B(1,0,0),\ D(0,2,0),\ E(1,2\lambda,0)$

(Ⅰ) $\because \lambda=\dfrac{1}{3}$ $\quad\therefore E(1,\dfrac{2}{3},0)$ $\quad\overrightarrow{A_1E}=(1,\dfrac{2}{3},-\sqrt{2})$

又 $\because \overrightarrow{DC}=(1,0,0)$ $\quad\therefore \cos\langle\overrightarrow{A_1E},\overrightarrow{DC}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{A_1E}\cdot\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{A_1E}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CD}\right|}=\dfrac{9\sqrt{31}}{31}$ ……………4 分

即直线 A_1E,CD 所成角的余弦值为 $\dfrac{9\sqrt{31}}{31}$；.

(Ⅱ)依题意 $\overrightarrow{EA_1}=(-1,-2\lambda,\sqrt{2})$ $\therefore \overrightarrow{EM}=(-\mu,-2\lambda\mu,\sqrt{2}\mu)$

$\therefore \overrightarrow{AM}=(1-\mu,2\lambda(1-\mu),\sqrt{2}\mu)$ ……………………………………6 分

又 $\because \overrightarrow{A_1D}=(0,2,-\sqrt{2})$, $\overrightarrow{DE}=(1,2(\lambda-1),0)$

$\therefore \begin{cases}\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{A_1D}=0\\ \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{DE}=0\end{cases}$ ……………………………………………………8 分

即 $\begin{cases}(1-\mu)\cdot 0+2\lambda(1-\mu)\cdot 2+\sqrt{2}\mu\cdot(-\sqrt{2})=0\\ (1-\mu)\cdot 1+2\lambda(1-\mu)\cdot 2(\lambda-1)+\sqrt{2}\mu\cdot 0=0\end{cases}$

得$\begin{cases}\lambda=\dfrac{1}{2}\\ \mu=\dfrac{1}{2}\end{cases}$ ……………………………………………………………………10 分

即存在$\lambda=\dfrac{1}{2}$,$\mu=\dfrac{1}{2}$,使$AM\perp$平面A_1ED成立. ……………………………12 分

20.(Ⅰ)$f(x)$定义域为$(-1,+\infty)$ 且$f'(x)=\dfrac{x+1-a}{(1+x)^2}$

①若$a\le 0$,则$f'(x)>0$恒成立,$f(x)$在$(-1,+\infty)$上单调递增

即$f(x)$的增区间为$(-1,+\infty)$ ……………………………………………………2 分

②若$a>0$,令$f'(x)=0$,则$x=a-1$

当$-1<x<a-1$时,$f'(x)<0$,$f(x)$单调递减;

当$x>a-1$时,$f'(x)>0$,$f(x)$单调递增,从而$f(x)$的增区间为$(a-1,+\infty)$,

减区间为$(-1,a-1)$ ……………………………………………………………6 分

(Ⅱ)$\because 0<x<1$,$\therefore$原不等式$\Leftrightarrow \ln(1+x)-\dfrac{2x}{2+x}>0$ ……………………………8 分

设$F(x)=\ln(1+x)-\dfrac{2x}{2+x}$,则$F'(x)=\dfrac{1}{1+x}-\dfrac{4}{(x+2)^2}=\dfrac{x^2}{(x+2)^2(x+1)}$

$\because 0<x<1$ $\therefore F'(x)>0$恒成立,即:$F(x)$在区间$(0,1)$上单调递增,

又$\because F(x)$在$x=0$处有定义　　　$\therefore F(x)>F(0)=\ln 1-0=0$ ……………10 分

即$\dfrac{1}{\ln(1+x)}-\dfrac{1}{x}<\dfrac{1}{2}$在$0<x<1$上恒成立. ……………………………………12 分

21.证明:⑴当直线AB与x轴重合时,显然点O都在以AB为直径的圆内. ……2 分

⑵当直线 AB 与 x 轴不重合时, 设直线 AB 的方程为 $x=my+c$, 点 A 、 B 为 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$

由 $\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \\ x=my+c \end{cases}$ 得：$(b^2m^2+a^2)y^2+2b^2cmy-b^4=0$

$\Delta=(2b^2cm)^2+4(b^2m^2+a^2)b^4>0$

$\therefore y_1+y_2=-\dfrac{2b^2cm}{b^2m^2+a^2}$, $y_1y_2=-\dfrac{b^4}{b^2m^2+a^2}$ ………………………………6 分

$\therefore \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=(my_1+c)\ (my_2+c)\ +y_1y_2$

$=(m^2+1)y_1y_2+cm(y_1+y_2)+c^2$

$=(m^2+1)\ \cdot\dfrac{-b^4}{b^2m^2+a^2}\ +cm\cdot\ \dfrac{-2b^2cm}{b^2m^2+a^2}\ +c^2$

$=\dfrac{-b^2a^2m^2+a^2c^2-b^4}{b^2m^2+a^2}$

∴点 O 在以 AB 为直径的圆内的充分必要条件是

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\dfrac{-b^2a^2m^2+a^2c^2-b^4}{b^2m^2+a^2}<0$ 对一切 $m\in(-\infty,+\infty)$ 成立………8 分

即 $-b^2a^2m^2+a^2c^2-b^4<0$ 对一切 $m\in(-\infty,+\infty)$ 成立

$\therefore\ a^2c^2-b^4<0$ ……………………………………………………………10 分

而 $\begin{cases} a^2c^2-b^4<0 \\ 0<e<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^4-3a^2c^2+c^4>0 \\ 0<e<1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} e^4-3e^2+1>0 \\ 0<e<1 \end{cases} \Leftrightarrow 0<e<\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ ……………12 分

$\therefore$ 当且仅当 $0<e<\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ 时,点 O 都在以 AB 为直径的圆内.

22. (Ⅰ)证明：连接 BE.

∵BC 为⊙O 的切线　　∴∠ABC＝90°

∵AB 为⊙O 的直径　　∴∠AEB＝90°　……………………………………2 分

∴∠DBE＋∠OBE＝90°，∠AEO＋∠OEB＝90°

∵OB＝OE,∴∠OBE＝∠OEB　∴∠DBE＝∠AEO……………………………4 分

∵∠AEO＝∠CED　　　∴∠CED＝∠CBE,

∵∠C＝∠C∴△CED∽△CBE ……………………………………………6 分

$\therefore \dfrac{CE}{CB}=\dfrac{CD}{CE}$　∴CE^2＝CD•CB

(Ⅱ)∵OB＝1,BC＝2　　∴OC＝$\sqrt{5}$

∴CE＝OC－OE＝$\sqrt{5}$－1………………………………………………………8 分

由(Ⅰ)CE^2＝CD•CB　　得$(\sqrt{5}-1)^2$＝2CD

∴CD＝3－$\sqrt{5}$ ………………………………………………………………10 分

23. 解：曲线 C_1 的直角坐标方程为：$x^2+(y-2)^2=4$ ……………………………2 分

直线 C_2 普通方程为：$y=2x+3$ ……………………………………………4 分

∴圆心到直线的距离为 d，则 $d=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ ……………………………………6 分

$\therefore \dfrac{|AB|}{2}=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{4-\dfrac{1}{5}}=\dfrac{\sqrt{95}}{5}$（$R$ 为圆的半径）……………………8 分

$\therefore |AB|=\dfrac{2\sqrt{95}}{5}$ ………………………………………………………………10 分

24. 解：（Ⅰ）由$|a|-|b|\le|a+b|$取等号的条件可知，

若$f(x)=|2x-3|$，则$\begin{cases}(x-1)(x-2)\le 0\\ |x-1|\ge|x-2|\end{cases}$ ………………………………………2 分

解得：$\dfrac{3}{2}\le x\le 2$，x的取值范围是$[\dfrac{3}{2},2]$. ………………………………………4 分

（Ⅱ）（ⅰ）当$x<1$时，$f(x)=-1>\dfrac{1}{2}x-1$，解得$x<0$ ………………………6 分

（ⅱ）当$1\le x\le 2$时，$f(x)=2x-3>\dfrac{1}{2}x-1$，解得$\dfrac{4}{3}<x\le 2$ ………………8 分

（ⅲ）当$x>2$时，$f(x)=1>\dfrac{1}{2}x-1$，解得$2<x<4$.

综上x的取值范围为$(-\infty,0)\cup(\dfrac{4}{3},4)$. …………………………………………10 分