

2016—2017 学年度期末试卷

高二数学（文）

学校_____ 班级_____ 姓名_____ 成绩_____

本试卷共 100 分, 考试时间 90 分钟.

题号	一	二	三			
			15	16	17	18
分数						

一. 选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 直线 $x - y = 0$ 的斜率是 ()

- A. 1 B. -1 C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{3\pi}{4}$

2. 圆 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 的圆心和半径分别为 ()

- A. (0,1), 1 B. (0,-1), 1 C. (-1,0), 1 D. (1,0), 1

3. 若两条直线 $2x - y = 0$ 与 $ax - 2y - 1 = 0$ 互相垂直, 则实数 a 的值为 ()

- A. -4 B. -1 C. 1 D. 4

4. 双曲线 $\frac{x^2}{9} - y^2 = 1$ 的渐近线方程为 ()

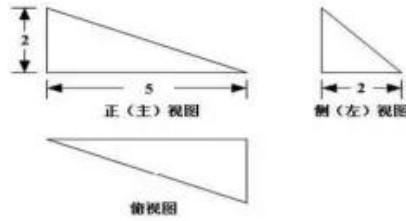
- A. $y = \pm 3x$ B. $y = \pm \frac{1}{3}x$ C. $y = \pm \sqrt{3}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$

5. 已知三条直线 m, n, l , 三个平面 α, β, γ , 下面四种说法中, 正确的是 ()

- A. $\left. \begin{array}{l} \alpha \perp \gamma \\ \beta \perp \gamma \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha // \beta$ B. $\left. \begin{array}{l} m \perp l \\ n \perp l \end{array} \right\} \Rightarrow m // n$
C. $\left. \begin{array}{l} m // \beta \\ l \perp m \end{array} \right\} \Rightarrow l // \beta$ D. $\left. \begin{array}{l} m // n \\ n \perp \gamma \end{array} \right\} \Rightarrow m \perp \gamma$

6. 一个三棱锥的三视图如图所示，则三棱锥的体积为 ()

- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{10}{3}$
C. $\frac{20}{3}$ D. $\frac{25}{3}$



7. “直线 l 的方程为 $y = k(x-2)$,” 是 “直线 l 经过点 $(2,0)$ ” 的 ()

- A. 充分必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 椭圆的两个焦点分别为 $F_1(-1,0)$ 和 $F_2(1,0)$ ，若该椭圆与直线 $x+y-3=0$ 有公共点，则

其离心率的最大值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{6} - 1$ C. $\frac{\sqrt{6}}{12}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{10}$

二. 填空题：本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

9. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点到准线的距离为_____.

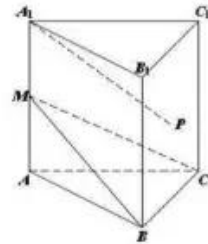
10. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 1 > 0$, 则 $\neg p$ 是_____.

11. 实数 x, y 满足 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0, \\ x \leq 1, \\ y \geq -1 \end{cases}$, 若 $m = 2x - y$, 则 m 的最小值为_____.

12. 如图，在棱长均为 2 的正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，

点 M 是侧棱 AA_1 的中点，点 P 是侧面 BCC_1B_1 内的动点，

且 $A_1P \parallel$ 平面 BCM ，则点 P 的轨迹的长度为_____；



13. 将边长为 2 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折起，使得 $BD = 2$ ，则三棱锥 $D-ABC$ 的顶点 D 到底面 ABC 的距离为_____.

14. 若曲线 $F(x,y)=0$ 上的两点 $P_1(x_1,y_1)$, $P_2(x_2,y_2)$ 满足 $x_1 \leq x_2$ 且 $y_1 \geq y_2$ ，则称这两点为曲线 $F(x,y)=0$ 上的一对“双胞胎”. 下列曲线中:

- ① $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$ ($xy > 0$); ② $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$ ($xy > 0$);

③ $y^2 = 4x$;

④ $|x| + |y| = 1$.

存在“双胞胎”的曲线序号是_____.

三. 解答题: 本大题共 4 小题, 共 44 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 10 分)

已知点 $A(-3,0)$, $B(1,0)$, 线段 AB 是圆 M 的直径.

(I) 求圆 M 的方程;

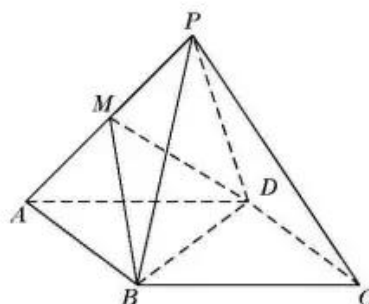
(II) 过点 $(0,2)$ 的直线 l 与圆 M 相交于 D, E 两点, 且 $|DE| = 2\sqrt{3}$, 求直线 l 的方程.

16. (本小题满分 12 分)

如图，在正四棱锥 $P-ABCD$ 中，点 M 为侧棱 PA 的中点.

(I) 求证: $PC \parallel$ 平面 BDM ;

(II) 若 $PA \perp PC$ ，求证: $PA \perp$ 平面 BDM .



17. (本小题满分 10 分)

顶点在原点的抛物线 C 关于 x 轴对称, 点 $P(1,2)$ 在此抛物线上.

(I) 写出该抛物线 C 的方程及其准线方程;

(II) 若直线 $y = x$ 与抛物线 C 交于 A, B 两点, 求 ΔABP 的面积.

18. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $D(0, 1)$, 一个焦点与短轴的两端点连线互相垂直.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 过 $M(0, -\frac{1}{3})$ 的直线 l 交椭圆 C 于 A, B 两点, 判断点 D 与以 AB 为直径的圆的位置关系, 并说明理由.

海淀区高二年级第一学期期末练习参考答案 2017.1

数 学 (文科)

阅卷须知:

1. 评分参考中所注分数, 表示考生正确做到此步应得的累加分数.
2. 其它正确解法可以参照评分标准按相应步骤给分.

一、选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分.

1.A 2.D 3.B 4.B 5.D 6.B 7.C 8.A

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

9. 2 10. $\exists x > 1, x^2 - 2x + 1 \leq 0$ 11. -3
12. 2 13. $\sqrt{2}$ 14. ①③④

三、解答题: 本大题共 4 小题, 共 44 分.

15. 解: (I) 已知点 $A(-3, 0)$, $B(1, 0)$, 线段 AB 是圆 M 的直径,

则圆心 M 的坐标为 $(-1, 0)$. -----2 分

又因为 $|AM| = 2$, -----3 分

所以圆 M 的方程为 $(x+1)^2 + y^2 = 4$. -----4 分

(II) 由 (I) 可知圆 M 的圆心 $M(-1, 0)$, 半径为 2.

设 N 为 DE 中点, 则 $MN \perp l$, $|DN| = |EN| = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$,

-----5 分

$$\text{则 } |MN| = \sqrt{4 - (\sqrt{3})^2} = 1. \quad \text{-----6 分}$$

当 l 的斜率不存在时, l 的方程为 $x = 0$, 此时 $|MN| = 1$, 符合题意;
-----7 分

当 l 的斜率存在时, 设 l 的方程为 $y = kx + 2$, 由题意得

$$\frac{|k(-1) + 2|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 1 \quad \text{-----8 分}$$

$$\text{解得 } k = \frac{3}{4}. \quad \text{-----9 分}$$

$$\text{故直线 } l \text{ 的方程为 } y = \frac{3}{4}x + 2, \text{ 即 } 3x - 4y + 8 = 0. \quad \text{-----10 分}$$

综上所述, 直线 l 的方程为 $x = 0$ 或 $3x - 4y + 8 = 0$.

16. 解: 证明: (I) 如图, 在正四棱锥 $P-ABCD$ 中,

连接 AC , 设 $AC \cap BD = O$, 连接 MO . -----1 分

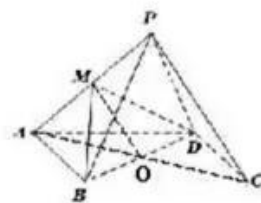
因为 $ABCD$ 为正方形, 则 O 为 AC 中点.

又因为 M 为侧棱 PA 的中点,

所以 $MO \parallel PC$. -----3 分

又因为 $PC \not\subset$ 面 BDM , $MO \subset$ 面 BDM ,

所以 $PC \parallel$ 平面 BDM . -----5 分



(II) 连接 PO , 在正四棱锥 $P-ABCD$ 中,

$PO \perp$ 平面 $ABCD$, -----6 分

$BD \subset$ 平面 $ABCD$,

所以 $PO \perp BD$. -----7 分

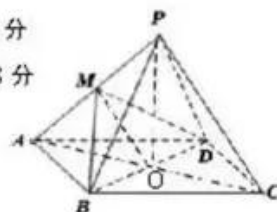
又因为 $BD \perp AC$, -----8 分

$AC \cap PO = O$,

且 $AC \subset$ 平面 PAC , $PO \subset$ 平面 PAC ,

所以 $BD \perp$ 平面 PAC . -----9 分

又因为 $PA \subset$ 平面 PAC ,



所以 $BD \perp PA$. -----10 分

由 (I) 得 $MO \parallel PC$,

又因为 $PA \perp PC$, 则 $MO \perp PA$. -----11 分

又 $MO \cap BD = O$, 且 $MO \subset$ 平面 BDM , $BD \subset$ 平面 BDM ,

所以 $PA \perp$ 平面 BDM . -----12 分

17 解: (I) 因为抛物线的顶点在原点, 且关于 x 轴对称,

可设抛物线方程为 $y^2 = 2px$, -----1 分

由抛物线经过 $P(1,2)$ 可得 $p = 2$. -----2 分

所以抛物线方程为 $y^2 = 4x$, -----3 分

准线方程为 $x = -1$. -----4 分

(II) 由 $\begin{cases} y^2 = 4x \\ y = x \end{cases}$ -----5 分

得 $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases}$ -----7 分

可得 $A(0,0)$, $B(4,4)$. (或: $|AB| = 4\sqrt{2}$) -----8 分

所以 $S_{\triangle ABP} = \frac{1 \times 2}{2} + \frac{(2+4)(4-1)}{2} - \frac{4 \times 4}{2} = 2$. -----10 分

(或: 点 P 到直线 $y = x$ 的距离 $d = \frac{|1-2|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ -----9 分

$S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2$. -----10 分)

18. 解: (I) 由椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过 $D(0,1)$

可得 $b = 1$. -----1 分

因为一个焦点与短轴的两端点连线互相垂直, 所以 $a = \sqrt{2}$. -----3 分

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$. -----4 分

(II) 以 AB 为直径的圆经过点 D , 理由如下: -----5 分

当直线 AB 与 x 轴垂直时, 显然 D 在圆上; -----6 分

当直线 AB 不与 x 轴垂直时, 设直线 AB 的方程为 $y = kx - \frac{1}{3}$. -----7 分

$$\text{设 } A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), \text{ 由 } \begin{cases} y = kx - \frac{1}{3}, \\ \frac{x^2}{2} + y^2 = 1 \end{cases}$$

得 $9(2k^2 + 1)x^2 - 12kx - 16 = 0$, 显然 $\Delta > 0$. ----- 8

分

$$x_1 + x_2 = \frac{4k}{3(2k^2 + 1)}, \quad x_1 x_2 = -\frac{16}{9(2k^2 + 1)} \text{----- 9 分}$$

$$\overrightarrow{DA} = (x_1, y_1 - 1), \overrightarrow{DB} = (x_2, y_2 - 1).$$

所以 $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} = x_1 x_2 + (y_1 - 1)(y_2 - 1)$ ----- 10 分

$$= x_1 x_2 + (kx_1 - \frac{4}{3})(kx_2 - \frac{4}{3})$$

$$= (1 + k^2)x_1 x_2 - \frac{4}{3}k(x_1 + x_2) + \frac{16}{9}$$

$$= (1 + k^2) \left[-\frac{16}{9(2k^2 + 1)} \right] - \frac{4}{3}k \cdot \frac{4k}{3(2k^2 + 1)} + \frac{16}{9}$$

$$= 0 \text{----- 11 分}$$

所以 $DA \perp DB$, 所以点 D 在圆上. ----- 12 分

综上所述, 点 D 一定在以 AB 为直径的圆上.