

2013—2014 学年度上学期期末考试高一年级数学科试卷

第I卷 选择题（共 60 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）下列四个选项中，只有一个是正确的，请把正确选项选出，涂在答题卡上。

1. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 集合 $C = \{t | t = x + y, x \in A, y \in B\}$, 则集合 C 中元素的个数为 ()

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

2. 已知空间两条不同的直线 m, n 和两个不同的平面 α, β , 则下列命题正确的是 ()

- (A) 若 $m // \alpha, n \subset \alpha$, 则 $m // n$ (B) 若 $\alpha \cap \beta = m, m \perp n$, 则 $n \perp \alpha$
(C) 若 $m // \alpha, n // \alpha$, 则 $m // n$ (D) 若 $m // \alpha, m \subset \beta, \alpha \cap \beta = n$, 则 $m // n$

3. 在空间直角坐标系中, 以点 $A(4, 1, 9)$, $B(10, -1, 6)$, $C(x, 4, 3)$ 为顶点的 $\triangle ABC$ 是以 BC 为底边的等腰三角形, 则实数 x 的值为 ()

- (A) -2 (B) 2 (C) 6 (D) 2 或 6

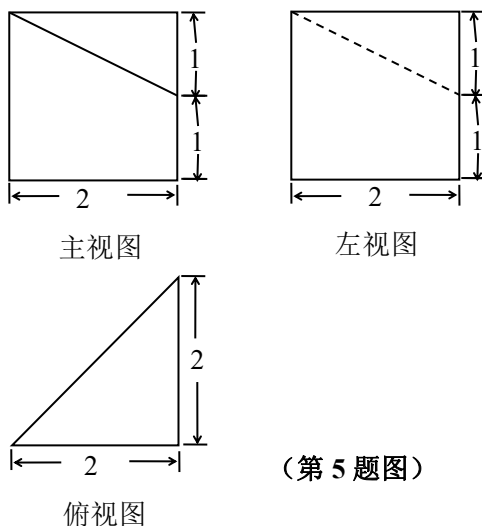
4. 设 $f(x) = \begin{cases} x-2, & (x \geq 10) \\ f[f(x+6)], & (x < 10) \end{cases}$,

则 $f(5)$ 的值为 ()

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13

5. 已知一个几何体的三视图如图所示, 则这个几何体的体积是 ()

- (A) $\frac{23}{3}$ (B) $\frac{23}{6}$
(C) $\frac{11}{3}$ (D) $\frac{10}{3}$



6. 已知函数 $f(x) = 2^x - 1$, 对于满足 $0 < x_1 < x_2$ 的任意 x_1, x_2 , 给出下列结论:

- (1) $(x_2 - x_1)[f(x_2) - f(x_1)] < 0$ (2) $x_2 f(x_1) < x_1 f(x_2)$
(3) $f(x_2) - f(x_1) > x_2 - x_1$ (4) $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} > f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$

其中正确的结论的序号是 ()

- (A) (1) (2) (B) (1) (3) (C) (2) (4) (D) (3) (4)

7. 设 A, B 是 x 轴上的不同两点, 点 P 的横坐标为 2, 且 $|PA| = |PB|$, 若直线 PA 的方程为 $x - y + 1 = 0$, 则直线 PB 的方程是 ()

- (A) $x + y - 5 = 0$ (B) $2x - y - 1 = 0$ (C) $2y - x - 4 = 0$ (D) $2x + y - 7 = 0$

8. 下列结论: ①函数 $y = \sqrt{x^2}$ 和 $y = (\sqrt{x})^2$ 是同一个函数; ②函数 $f(x-1)$ 的定义域为

$[1, 2]$ ，则函数 $f(3x^2)$ 的定义域为 $[0, \frac{\sqrt{3}}{3}]$ ；③函数 $y = \log_2(x^2 + 2x - 3)$ 的递增区间为 $(-1, +\infty)$ ；④若函数 $f(2x-1)$ 的最大值是 3，那么 $f(1-2x)$ 的最小值就是 -3. 其中正确的个数为 ()

- (A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 3 个

9. 曲线 $y = \sqrt{4-x^2} + 1$ ($-2 \leq x \leq 2$) 与直线 $y = kx - 2k + 4$ 有两个不同的交点时实数 k 的范围是 ()

- (A) $(\frac{5}{12}, \frac{3}{4}]$ (B) $(\frac{5}{12}, +\infty)$ (C) $(\frac{1}{3}, \frac{3}{4})$ (D) $(-\infty, \frac{5}{12}) \cup (\frac{3}{4}, +\infty)$

10. 已知 $f(x)$ 为偶函数，当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = -(x-1)^2 + 1$ ，满足 $f[f(a)] = \frac{1}{2}$ 的实数 a 的个数为 ()

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

11. 在正三棱锥 $S-ABC$ 中，外接球的表面积为 36π ， M, N 分别是棱 SC, BC 的中点，且 $MN \perp AM$ ，则此三棱锥侧棱 $SA =$ ()

- (A) 1 (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{3}$

12. 定义：函数 $y = f(x)$ ， $x \in D$ ，若存在常数 C ，对于任意 $x_1 \in D$ ，存在唯一的 $x_2 \in D$ ，使得 $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} = C$ ，则称函数 $f(x)$ 在 D 上的“均值”为 C ，已知 $f(x) = \lg x$ ， $x \in [10, 100]$ ，则函数 $f(x) = \lg x$ 在 $[10, 100]$ 上的均值为 ()

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{1}{10}$ (D) 10

第II卷 非选择题 (共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分) 把答案直接写在横线上.

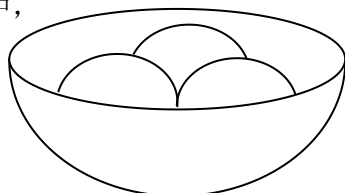
13. 设 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称，

则 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) =$ _____.

14. 若圆心在直线 $y = x$ 上，半径为 $\sqrt{2}$ 的圆 M 与直线 $x + y = 4$ 相切，则圆 M 的标准方程是 _____.

15. 函数 $f(x) = x(\frac{1}{2^x - a} + \frac{1}{2})$ 定义域为 $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ ，则满足不等式 $a^m \geq f(a)$ 的实数 m 的集合 _____.

16. 如图，三个半径都是 10cm 的小球放在一个半球面的碗中，小球的顶端恰好与碗的上沿处于同一个水平面，则这碗的半径 R 是 _____ cm .



三、解答题 (本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 10 分) 已知函数 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$.

(1) 若 $0 < a < 1$, 求 $f(a) + f(1-a)$ 的值;

(2) 求 $f(\frac{1}{2013}) + f(\frac{2}{2013}) + \cdots + f(\frac{2012}{2013})$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(3, -1)$, 过点 B 的内角平分线所在直线方程是 $x - 4y + 10 = 0$, 过点 C 的中线所在直线的方程是 $6x + 10y - 59 = 0$,

(1) 求顶点 B 的坐标;

(2) 求直线 BC 的方程.

19. (本小题满分 12 分)

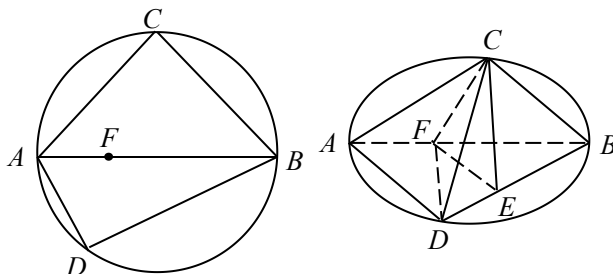
如图: C, D 是以 AB 为直径的圆上两点, $AB = 2AD = 2\sqrt{3}$, $AC = BC$, F 是 AB 上一点, 且 $AF = \frac{1}{3}AB$, 将圆沿直径 AB 折起, 使点 C 在平面 ABD 的射影 E 在 BD 上,

已知 $CE = \sqrt{2}$.

(1) 求证: $AD \perp$ 平面 BCE ;

(2) 求证: $AD \parallel$ 平面 CEF ;

(3) 求三棱锥 $A-CFD$ 的体积.



20. (本小题满分 12 分)

某跨国饮料公司对全世界所有人均 GDP （即人均纯收入）在 0.5—8 千美元的地区销售该公司 M 饮料的情况的调查发现：人均 GDP 处在中等的地区对该饮料的销售量最多，然后向两边递减。

（1）下列几个模拟函数中（ x 表示人均 GDP ，单位：千美元； y 表示年人均 M 饮料的销量，单位：升），用哪个来描述人均 M 饮料销量与地区的人均 GDP 的关系更合适？说明理由。

（A） $f(x) = ax^2 + bx$ （B） $g(x) = \log_a x + b$ （C） $h(x) = a^x + b$ （D） $k(x) = x^a + b$

（2）若人均 GDP 为 1 千美元时，年人均 M 饮料的销量为 2 升；若人均 GDP 为 4 千美元时，年人均 M 饮料的销量为 5 升，把你所选的模拟函数求出来。

（3）因为 M 饮料在 N 国被检测出杀虫剂的含量超标，受此事件的影响， M 饮料在人均 GDP 不高于 3 千美元的地区销量下降 5%，不低于 6 千美元的地区销量下降 5%，其它地区的销量下降 10%，根据（2）所求出的模拟函数，求在各个地区中，年人均 M 饮料的销量最多为多少？

21.（本小题满分 12 分）

已知圆 $M: 2x^2 + 2y^2 - 8x - 8y - 1 = 0$ ，直线 $l: x + y - 9 = 0$ ，过 l 上一点 A 作 $\triangle ABC$ ，使得 $\angle BAC = 45^\circ$ ，边 AB 过圆心 M ，且 B, C 在圆 M 上，求点 A 的纵坐标的取值范围。

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x) = \log_9(9^x + 1) + kx (k \in R)$ 是偶函数。

（1）求 k 的值；

（2）若函数 $y = f(x)$ 的图象与直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 没有交点，求 b 的取值范围；

（3）设 $h(x) = \log_9(a \cdot 3^x - \frac{4}{3}a)$ ，若函数 $f(x)$ 与 $h(x)$ 的图象有且只有一个公共点，求实数 a 的取值范围。