

2018 届高三模拟联考试题

数学（文）

第 I 卷

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $M = \{x | x^2 = x\}$, $N = \{x | \lg x \leq 0\}$, 则 $M \cup N =$ ()

A. $[0,1]$ B. $(0,1]$ C. $[0,1)$ D. $(-\infty,1]$

2. 已知复数 $(1+2i)i = a+bi$, $a \in R$, $b \in R$, $a+b =$ ()

A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

3. 已知 $\vec{a} = (3, -1)$, $\vec{b} = (1, -2)$, 则 \vec{a} , \vec{b} 的夹角是 ()

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

4. 抛物线 $y = 4x^2$ 的焦点到准线的距离为 ()

A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$

5. 在长为 $3m$ 的线段 AB 上任取一点 P , 则点 P 与线段 AB 两端点的距离都大于 $1m$ 的概率等于 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

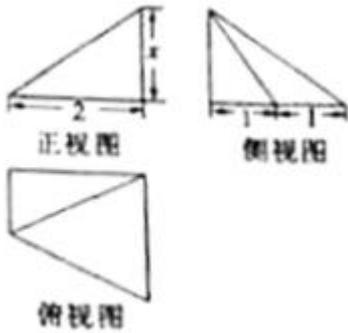
6. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1 + a_3 + a_5 = 3$, 则 $S_5 =$ ()

A. 5 B. 7 C. 9 D. 1

7. 若 x , y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2 \leq 0 \\ y-1 \leq 0 \\ x+2y-2 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = x - y$ 的最大值为 ()

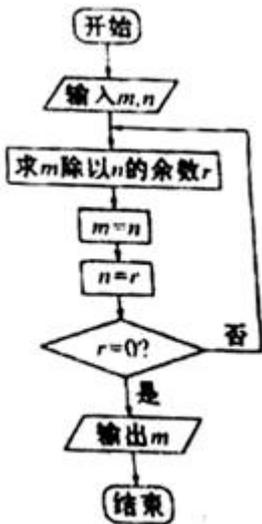
A. -1 B. 2 C. 1 D. 0

8. 某几何体的三视图如图所示, 且该几何体的体积是 $\frac{3}{2}$, 则正视图中的 x 是 ()



- A. 2 B. 4.5 C. 1.5 D. 3

9. 图中的程序框图所描述的算法称为欧几里得辗转相除法，若输入 $m = 209$ ， $n = 121$ ，则输出的 m 的值为 ()



- A. 0 B. 11 C. 22 D. 88

10. 已知函数 $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{3})$ ，要得到 $g(x) = \cos x$ 的图象，只需将函数 $y = f(x)$ 的图象 ()

- A. 向左平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位
 C. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个单位

11. 与直线 $x - y - 4 = 0$ 和圆 $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$ 都相切的半径最小的圆的方程是 ()

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 2$ B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$
 C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2$ D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 4$

12. 已知函数 $f(x) = ax^3 - 3x^2 + 1$ ，若 $f(x)$ 存在唯一的零点 x_0 ，且 $x_0 > 0$ ，且 a 的取值范围是 ()

- A. $(2, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(-\infty, -2)$ D. $(-\infty, -1)$

第II卷

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分.

13. 双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 的焦距是_____.

14. 在《九章算术》中，将四个面都是直角三角形的三棱锥称为鳖臑，已知鳖臑 $M-ABC$ 中， $MA \perp$ 平面 ABC ， $MA = AB = BC = 2$ ，则该鳖臑的外接球的表面积为_____.

15. 学校艺术节对同一类的 A, B, C, D 四项参赛作品，只评一项一等奖，在评奖揭晓前，甲、乙、丙、丁四位同学对这四项参赛作品预测如下：

甲说：？是 C 或 D 作品获得一等奖？，乙说：？ B 作品获得一等奖？

丙说：？ A, D 两项作品未获得一等奖？，丁说：？是 C 作品获得一等奖？

若这四位同学中只有两位说的话是对的，则获得一等奖的作品是_____.

16. 对正整数 n ，设曲线 $y = x^n(1-x)$ 在 $x = 2$ 处的切线与 y 轴交点的纵坐标为 a_n ，则 $\{\frac{a_n}{n+1}\}$ 的前 n 项和是_____.

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 设函数 $f(x) = \cos^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x + \frac{1}{2}$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期；

(2) 已知 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $f(B+C) = \frac{3}{2}$ ， $a = \sqrt{3}$ ， $b+c = 3$ ，

求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. 近年空气质量逐步恶化，雾霾天气现象出现增多，大气污染危害加重. 大气污染可引起心悸、呼吸困难等心肺疾病. 为了解某市心肺疾病是否与性别有关，在某医院随机对心肺疾病入院的 50 人进行问卷调查，得到了如下的列联表：

	患心肺疾病	不患心肺疾病	合计
男	20	5	25
女	10	15	25
合计	30	20	50

(1) 用分层抽样的方法在患心肺疾病的人群中抽 6 人，其中男性抽多少人？

(2) 在上述抽取的 6 人中选 2 人，求恰好有 1 名女性的概率；

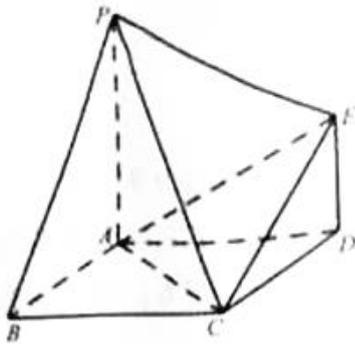
(3) 为了研究心肺疾病是否与性别有关，请计算出统计量 K^2 ，你有多大把握认为心肺疾病与性别有关？

下面的临界值表供参考：

$P(K^2 \geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

参考公式： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a+b+c+d$ 。

19. 已知多面体 $P-ABCDE$ 的底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， $ED \parallel PA$ ，且 $PA = 2ED = 2$ 。



(1) 证明：平面 $PAC \perp$ 平面 PCE ；

(2) 若 $\angle ABC = 60^\circ$ ，求三棱锥 $P-ACE$ 的体积。

20. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ，其左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ，点 $R(2\sqrt{2}, \sqrt{6})$ ，

又点 F_2 在线段 RF_1 的中垂线上。

(1) 求椭圆的标准方程；

(2) 设椭圆 C 的左右顶点分别是 A_1, A_2 ，点 P 在直线 $x = -2\sqrt{3}$ 上（点 P 不在 x 轴上），直线 PA_1 与椭圆 C 交于点 N ，直线 PA_2 与椭圆 C 交于点 M ，线段 MN 的中点为 Q ，证明： $2|A_1Q| = |MN|$ 。

21. 已知函数 $f(x) = x^2 - ax$ ， $g(x) = mx + n \ln x$ ，函数 $f(x)$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线的斜率为 1，函数 $g(x)$ 在 $x = 2$ 处取得极小值 $2 - 2 \ln 2$ 。

(1) 求函数 $f(x)$ ， $g(x)$ 的解析式；

(2) 已知不等式 $f(x) + g(x) \geq x^2 - \lambda(x-1)$ 对任意的 $x \in (0, 1]$ 恒成立，求实数 λ 的取值范围。

请考生在 22、23 两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑。

22. 选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 $C_1: \begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数且 $t \neq 0$)，其中 $0 \leq \alpha < \pi$ ，以 O 为极点， x 轴正

半轴为极轴的极坐标系中，曲线 $C_2: \rho = 2 \sin \theta$ ， $C_3: \rho = 2\sqrt{3} \cos \theta$ 。

(1) 求 C_2 与 C_3 交点的直角坐标；

(2) 若 C_1 与 C_2 相交于点 A ， C_1 与 C_3 相交于点 B ，求 $|AB|$ 的最大值。

23. 选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f(x) = m - |x - 3|$ ，不等式 $f(x) > 2$ 的解集为 $(2, 4)$ 。

(1) 求实数 m 的值；

(2) 若关于 x 的不等式恒成立，求实数 a 的取值范围。

吴忠市 2018 届高三模拟联考试题数学（文科）参考答案

一、选择题

1-5: ABBDD 6-10: ABCBA 11、12: CC

二、填空题

13. $2\sqrt{2}$ 14. 12π 15. B 16. $2^{n+1} - 2$

三、解答题

17. 【解析】(1) $f(x) = \cos^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x + \frac{1}{2} = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) + 1$,

所以 $f(x)$ 的最小正周期为 $T = \pi$.

(2) 由 $f(B+C) = \cos[2(B+C) + \frac{\pi}{3}] + 1 = \frac{3}{2}$, 得 $\cos(2A - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$,

又 $A \in (0, \pi)$, 得 $A = \frac{\pi}{3}$,

在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理, 得 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \frac{\pi}{3} = (b+c)^2 - 3bc$,

又 $a = \sqrt{3}$, $b+c=3$, 解得 $bc=2$.

所以, $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2}bc \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

18. 【解析】(1) 在患心肺疾病的人群中抽 6 人, 其中男性抽 4 人;

(2) 设 4 男分为: A, B, C, D ; 2 女分为: M, N , 则 6 人中抽出 2 人的所有抽法: (列举略) 共 15 种抽法, 其中恰好有 1 名女性的抽法有 8 种.

所以恰好有 1 个女生的概率为 $\frac{8}{15}$.

(3) 由列联表得 $K^2 = 8.333 > 7.879$, 查临界值表知: 有 99.5% 把握认为心肺疾病与性别有关.

19. 【解析】(1) 证明: 连接 BD , 交 AC 于点 O , 设 PC 中点为 F , 连接 OF, EF . 因为 O, F 分别为 AC, PC 的中点, 所以 $OF \parallel PA$, 且 $OF = \frac{1}{2}PA$, 因为 $DE \parallel PA$, 且 $DE = \frac{1}{2}PA$, 所以 $OF \parallel DE$, 且 $OF = DE$.

所以四边形 $OFED$ 为平行四边形, 所以 $OD \parallel EF$, 即 $BD \parallel EF$.

因为 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $BD \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $PA \perp BD$.

因为 $ABCD$ 是菱形, 所以 $BD \perp AC$. 因为 $PA \cap AC = A$, 所以 $BD \perp$ 平面 PAC .

因为 $BD \parallel EF$, 所以 $EF \perp$ 平面 PAC .

因为 $FE \subset$ 平面 PCE ，所以平面 $PAC \perp$ 平面 PCE 。

(2) 解法 1: 因为 $\angle ABC = 60^\circ$ ，所以 $\triangle ABC$ 是等边三角形，所以 $AC = 2$ 。

又因为 $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AC \subset$ 平面 $ABCD$ ，所以 $PA \perp AC$ 。

$$\text{所以 } S_{\triangle PAC} = \frac{1}{2} PA \times AC = 2.$$

因为 $EF \perp$ 面 PAC ，所以 EF 是三棱锥 $E-PAC$ 的高。

$$\text{因为 } EF = DO = BO = \sqrt{3},$$

$$\text{所以 } V_{P-ACE} = V_{E-PAC} = \frac{1}{3} S_{\triangle PAC} \times EF = \frac{1}{3} \times 2 \times \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

解法 2: 因为底面 $ABCD$ 为菱形，且 $\angle ABC = 60^\circ$ ，所以 $\triangle ACD$ 为等边三角形。

取 AD 的中点 M ，连 CM ，则 $CM \perp AD$ ，且 $CM = \sqrt{3}$ 。

因为 $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，所以 $PA \perp CM$ ，又 $PA \cap AD = A$ ，

所以 $CM \perp$ 平面 $PADE$ ，所以 CM 是三棱锥 $C-PAE$ 的高。

$$\text{因为 } S_{\triangle PAE} = \frac{1}{2} PA \times AD = 2,$$

$$\text{所以三棱锥 } P-ACE \text{ 的体积 } V_{P-ACE} = V_{C-PAE} = \frac{1}{3} S_{\triangle PAE} \times CM = \frac{1}{3} \times 2 \times \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$20. \text{【解析】(1) } \because e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

又 \because 点 F_2 在线段 RF_1 的中垂线上， $\therefore |F_1F_2| = |RF_2|$ ，即 $(2c)^2 = (\sqrt{6})^2 + (2\sqrt{2} - c)^2$ 。

解得 $c = \sqrt{2}$ ， $a^2 = 3$ ， $b^2 = 1$ ，所以椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ 。

(2) 由 (1) 知 $A_1(-\sqrt{3}, 0)$ ， $A_2(\sqrt{3}, 0)$ ， $M(x_0, y_0)$ ，

设 PA_1 的方程为 $y = k(x + \sqrt{3}) (k \neq 0)$ ，则 P 的坐标为 $(-2\sqrt{3}, -\sqrt{3}k)$ ，所以 $k_{PA_1} = \frac{k}{3}$ 。

则 PA_2 的方程为 $y = \frac{k}{3}(x - \sqrt{3})$ ，与椭圆 $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ 联立，消 y ，整理得 $(3 + k^2)x^2 - 2\sqrt{3}k^2x + 3k^2 - 9 = 0$ 。

根据韦达定理： $x_0 = \frac{\sqrt{3}(k^2 - 3)}{k^2 + 3}$ ，则 $y_0 = \frac{-2\sqrt{3}k}{k^2 + 3}$ 。

因为 $k_{MA_1} = \frac{y_0 - 0}{x_0 + \sqrt{3}} = -\frac{1}{k}$, 所以 $A_1M \perp A_1N$, 从而 $2|A_1Q| = |MN|$.

21. 【解析】(1) $a=1$, $m=1$, $n=-2$, $f(x)=x^2-x$, $g(x)=x-2\ln x$.

(2) 由 (1) 知 $f(x)+g(x)=x^2-2\ln x$,

令 $h(x)=f(x)+g(x)=x^2+\lambda(x-1)=\lambda(x-1)-2\ln x$, $x \in (0,1]$.

问题转化为 $h(x) \geq 0$ 对任意的 $x \in (0,1]$ 恒成立.

$$h'(x) = \lambda - \frac{2}{x} = \frac{\lambda x - 2}{x}.$$

① 当 $\lambda \leq 0$ 时, $h'(x) < 0$, $h(x)$ 在 $(0,1]$ 上单调递减, $h(x)_{\min} = h(1) = 0$, 满足题意.

② 当 $0 < \lambda \leq 2$ 时, $h'(x) < 0$, $h(x)$ 在 $(0,1]$ 上单调递减, $h(x)_{\min} = h(1) = 0$, 满足题意.

③ 当 $\lambda > 2$ 时, $h'(x) < 0$ 在 $(0, \frac{2}{\lambda})$ 上恒成立, $h'(x) > 0$ 在 $(\frac{2}{\lambda}, 1)$ 上恒成立.

所以 $h(x)$ 在 $(0, \frac{2}{\lambda})$ 单调递减, 在 $(\frac{2}{\lambda}, 1)$ 上单调递增, 所以 $h(\frac{2}{\lambda}) < h(1) = 0$, 不满足题意.

综上所述, 实数 λ 的取值范围为 $(-\infty, 2]$.

22. 【解析】(1) 由题设有曲线 C_2 的直角坐标方程为 $x^2 + y^2 - 2y = 0$,

曲线 C_3 的直角坐标方程为 $x^2 + y^2 - 2\sqrt{3}x = 0$, 联立 $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2y = 0 \\ x^2 + y^2 - 2\sqrt{3}x = 0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=\frac{\sqrt{3}}{2} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$, 即 C_2

与 C_3 交点的直角坐标为 $(0,0)$ 或 $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$.

(2) 曲线 C_1 的极坐标方程为 $\theta = \alpha (\rho \in R, \rho \neq 0)$, 其中 $0 \leq \alpha < \pi$,

因此 A 的极坐标为 $(2\sin \alpha, \alpha)$, B 的极坐标为 $(2\sqrt{3}\cos \alpha, \alpha)$.

所以 $|AB| = |2\sin \alpha - 2\sqrt{3}\cos \alpha| = 4 \left| \sin(\alpha - \frac{\pi}{3}) \right|$, 当 $\alpha = \frac{5\pi}{6}$ 时, $|AB| = 4$.

23. 【解析】(1) 由已知得 $|x-3| < m-2$, 得 $5-m < x < 1+m$, 即 $m=3$.

(2) $|x-a| \geq f(x)$ 得 $|x-3| + |x-a| \geq 3$ 恒成立.

$\because |x-3|+|x-a| \geq |x-3-(x-a)| = |a-3|$ (当且仅当 $(x-3)(x-a) \leq 0$ 时取到等号),

$\therefore |a-3| \geq 3$ 解得 $a \geq 6$ 或 $a \leq 0$.

故 a 的取值范围为 $a \leq 0$ 或 $a \geq 6$.