

2018 届学业水平测试模拟考试（一）

一、选择题（本大题共 16 小题，每小题 3 分，共 48 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $P = \{x | (x-3)(x-6) \leq 0, x \in \mathbb{Z}\}$, $Q = \{5, 7\}$, 下列结论成立的是 ()

- A、 $Q \subseteq P$ B、 $P \cup Q = P$ C、 $P \cap Q = Q$ D、 $P \cap Q = \{5\}$

2. $\cos 75^\circ \cos 15^\circ - \sin 255^\circ \sin 165^\circ$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 0

3. 从装有 2 个红球和 2 个黑球的口袋内任取 2 个球，那么互斥而不对立的两个事件是 ()

- A、至少有 1 个红球与都是红球 B、至少有 1 个黑球与都是黑球
C、至少有 1 个黑球与至少有 1 个红球 D、恰有 1 个黑球与恰有 2 个黑球

4. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_1 = 2, a_2 = 4$, 则 $S_{10} =$ ()

- A. $2^{10} + 2$ B. $2^9 - 2$ C. $2^{10} - 2$ D. $2^{11} - 2$

5. 如果 $x > 0$, 那么 $4x + \frac{1}{x}$ 的最小值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

6. 设偶函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上为增函数, 则 $f(-2), f(\pi), f(3)$ 的大小顺序是 ()

- A、 $f(\pi) > f(-2) > f(3)$ B、 $f(\pi) > f(3) > f(-2)$
C、 $f(\pi) < f(-2) < f(3)$ D、 $f(\pi) < f(3) < f(-2)$

7. 直线 $x + y = 0$ 与圆 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 相交所得线段的长度为 ()

- A、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B、 $\sqrt{2}$ C、2 D、 $2\sqrt{2}$

8. 已知 α 是第二象限的角, $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$, 则 $\cos \alpha$ 等于 ()

- A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

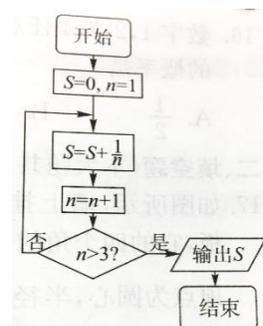
9. 函数 $y = \lg \frac{1+x}{1-x}$ 的图象关于 ()

- A、y 轴对称 B、x 轴对称 C、原点对称 D、直线 $y = x$ 对称

10. 执行如图所示的程序框图, 输出的结果是 ()

- A、1 B、 $\frac{3}{2}$ C、 $\frac{11}{6}$ D、 $\frac{25}{12}$

11. 下列函数中, 既是奇函数, 又在 $(\pi, \frac{3}{2}\pi)$ 上递增的是 ()



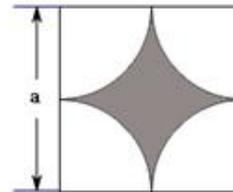
(第 10 题图)

- A. $y = \sin x$ B. $y = \cos x$ C. $y = \tan x$ D. $y = -\tan x$

12. 当点 P 在圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上运动时, P 与点 $Q(3,0)$ 的连线的中点

M 的轨迹方程为 ()

- A. $(x+3)^2 + y^2 = 1$ B. $(x-3)^2 + y^2 = 1$
 C. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ D. $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$



13. 已知直线 m, n 与平面 α, β , 给出下列四个命题其中正确的是 ()

- A. 若 $n // \alpha, n // \beta$, 则 $\alpha // \beta$ B. 若 $m \perp \alpha, m // \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$
 C. 若 $m // \alpha, n // \alpha$, 则 $m // n$ D. 若 $m \perp \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $m // \alpha$

14. 为了解某社区居民的家庭年收入与年支出的关系, 随机调查了该社区 5 户家庭, 得到如下统计数据表:

收入 x (万元)	8.2	8.6	10.0	11.3	11.9
支出 y (万元)	6.2	7.5	8.0	8.5	9.8

根据上表可得回归直线 $\hat{y} = 0.76x + a$, 则 a 的值为 ()

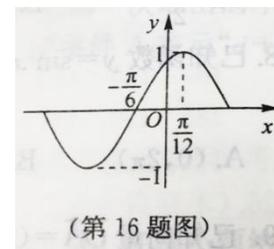
- A. 0.4 B. 0.5 C. 3.92 D. 4.9

15. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq x, \\ x + y \geq 2, \\ y \geq 3x - 6, \end{cases}$ 则目标函数 $z = 2x + y$ 的最小值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 9

16. 下列函数中, 图像的一部分如图所示的是 ()

- A. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ B. $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$
 C. $y = \cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$ D. $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$



二、填空题 (本大题共 7 小题, 每小题 3 分, 共 21 分)

17. 已知两条直线 $l_1: x + (3+m)y = 2$, $l_2: mx + 2y = -8$, 若 $l_1 \perp l_2$, 则 $m =$ _____。

18. 设 $|\vec{a}| = 12$, $|\vec{b}| = 9$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -54\sqrt{2}$ 则 \vec{a}, \vec{b} 的夹角 θ 为 _____。

19. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} & x \geq 0 \\ -\frac{1}{x} & x < 0 \end{cases}$, 如果 $f(x_0) = \frac{1}{2}$, 那么 $x_0 =$ _____

20. 如图所示, 墙上挂有边长为 a 的正方形木板, 它的四个角的空白部分都是以正方形的顶点为圆心, 半径为 $\frac{a}{2}$ 的圆弧, 某人向此板投镖, 假设每次都能击中木板, 且击中木板上每个点的可能性都一样, 则它击中阴影部分的概率是 _____。

21. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a^2 = b^2 + bc + c^2$, 则 $A =$ _____。

22. 在空间直角坐标系中, z 轴上有一个点 M 到点 $A(1, 0, 2)$ 与点

B(1, -3, 1) 的距离相等, 则 M 的坐标为_____。

23. 给出下列四个命题:

① 设有一批产品, 其次品率为 0.05, 则从中任取 200 件,

必有 10 件是次品;

② 做 100 次抛硬币的实验, 结果 51 次出现正面朝上, 故出现正面朝上的概率是 $\frac{51}{100}$;

③ 随机事件发生的频率就是这个随机事件发生的概率;

④ 抛掷骰子 100 次, 得点数为 1 的结果 18 次, 则出现 1 点的频率是 $\frac{9}{50}$ 。

其中正确的命题有_____。

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 31 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

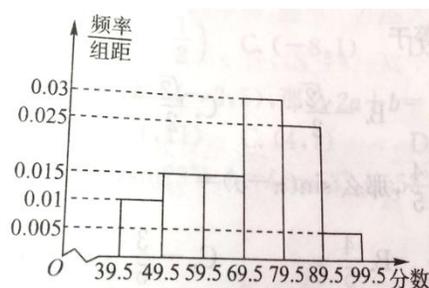
24. (本题满分 4 分) 用定义证明: 函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 在 $[1, +\infty)$ 上是增函数

25. (本题满分 4 分) 设 \vec{m} 和 \vec{n} 是两个单位向量, 其夹角是 $\frac{\pi}{3}$, 求向量 $\vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}$ 与 $\vec{b} = 2\vec{n} - 3\vec{m}$ 的夹角。

26. (本题满分 5 分) 某市组织 2000 名中学生参加环保知识竞赛, 从中抽取 60 名学生, 将其成绩 (均为整数) 整理后画出如图所示的频率分布直方图。观察图形, 回答下列问题:

(1) 79.5—89.5 这一组的频数、频率分别是多少?

(2) 估计这 2000 名中学生成绩及格的人数 (60 分以上为及格)



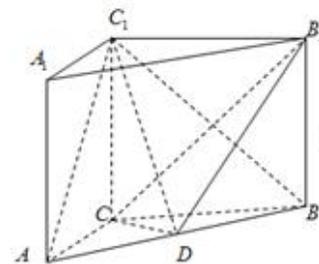
(第 26 题图)

27. (本题满分 5 分) 如图, 在三棱锥 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $C_1C \perp$ 平面 ABC ,

$AC=3$, $BC=4$, $AB=5$, $CC_1=4$, 点 D 是 AB 的中点

(1) 求证: $AC \perp BC_1$

(2) 求证: $AC_1 //$ 平面 CDB_1



28. (本题满分 6 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中,

(1) 若三边长 a, b, c 依次成等差数列, $\sin A : \sin B = 3 : 5$, 求三个内角中最大角的度数;

(2) 若 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = b^2 - (a - c)^2$, 求 $\cos B$ 。

29. (本题满分 7 分) 已知 $\odot M$ 的圆心在 y 轴的正半轴上, 且与 x 轴相切, 过原点作倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$ 的直线 n , 交 $L: y = -1$ 与点 A , 交 $\odot M$ 于另一点 B , 且 $|AO| = |OB| = 2$ 。

(1) 求 $\odot M$ 的方程;

(2) 过 L 上的动点 Q 作 $\odot M$ 的切线, 切点为 S, T , 求当坐标原点 O 到直线 ST 的距离取得最大值时, 四边形 $QSMT$ 的面积。